

الصفحة الثاني الإعدادي

سلسلة

الفصل الدراسي الأول

الرياضيات

إعداد الأستاذ /

حسن علاء حسن

01125685608

الصفحة الثانية الإعدادي

سلسلة التميز

أولاً :

الجبر

الوحدة الأولى

الوحدة الثانية

الوحدة الثالثة

مراجعة علي ما سبق

أولاً: مجموعات الأعداد التي درسناها:

(١) مجموعة أعداد العد: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

(٢) مجموعة الأعداد الطبيعية: $\mathbb{P} = \{1, 2, 3, \dots\}$

(٣) مجموعة الأعداد الصحيحة: $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

وهي مجموعة غير منتهية وتتكون من:

١ - مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

٢ - مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة

$\mathbb{N}^- = \{-1, -2, -3, \dots\}$

٣ - علمنا أن العدد صفر ليس موجباً وليس سالباً.

$\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \{0\} \cup \mathbb{N}^-$

(٤) مجموعة الأعداد النسبية: \mathbb{Q}

$\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} : a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}, b \neq 0\}$

لاحظ أن: $\mathbb{N} \subset \mathbb{P} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

ثانياً: القيمة المطلقة للعدد النسبي:

القيمة المطلقة للعدد النسبي $|x|$ هي:

$|x| = x$ إذا كان $x \geq 0$ ، $|x| = -x$ إذا كان $x < 0$

مثلاً: $|5| = 5$ ، $|-5| = 5$ ، $|0| = 0$ ، $|17| = 17$ ، $|-17| = 17$

إذا كان $|x| = 0$ فإن $x = 0$

ثالثاً: صورة مختلفة للعدد النسبي:

١ - العدد النسبي المربع الكامل:

هو العدد الموجب الذي يمكن كتابته على صورة مربع عدد نسبي أي (عدد نسبي)²

مثل: ١، ٤، ٩، ١٦، ٢٥، ٣٦، ٤٩، ٦٤، ٨١، ١٠٠، ...

٢ - العدد النسبي المكعب الكامل:

هو العدد النسبي الذي يمكن كتابته على صورة مكعب عدد نسبي أي (عدد نسبي)³

مثل: ١، ٨، ٢٧، ٦٤، ١٢٥، ٢١٦، ٣٤٣، ٥١٢، ٨٠٠، ...

٣- الجذر التربيعي للعدد النسبي المربع الكامل:

١ الجذر التربيعي للعدد $9 \pm = \sqrt{9} = \pm 3$

٢ $\sqrt{9} = 3$ ، $-\sqrt{9} = -3$ ، $\sqrt{0} = 0$ ، $\sqrt{16} = 4$ ، $-\sqrt{16} = -4$

٣ $-\sqrt{9}$ ليس لها معنى (لا يوجد جذر تربيعي لعدد سالب)

٤ إذا كان $s^2 = 9$ فإن $s = \pm 3$ ، $\sqrt{s^2} = |s|$

٥ كل عدد نسبي مربع كامل له جذراين تربيعيان كل منهما

معكوس جمعي للآخر وهما $\sqrt{9} = 3$ ، $-\sqrt{9} = -3$

مثلاً: العدد $\frac{16}{9}$ له جذراين تربيعيان هما $\frac{4}{3}$ ، $-\frac{4}{3}$

٦ ضع الأعداد الآتية على صورة $\frac{a}{b}$:

(١) $0, 2, \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$ ، $4 = \frac{4}{1}$ ، $6 = \frac{6}{1}$ ، ...

(٢) $10, 75 = \frac{10}{1}, \frac{75}{1}$ ، $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ ، ...

(٣) $0, 3 = \frac{0}{1}, \frac{3}{1}$ ، $\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ ، ...

أكمل ما يأتي:

(١) $\sqrt{25} = 5$ ، $-\sqrt{25} = -5$ ، $\sqrt{0} = 0$ ، ...

(٢) $\sqrt{49} = 7$ ، $-\sqrt{49} = -7$ ، $\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ ، ...

(٣) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ ، $-\sqrt{\frac{4}{9}} = -\frac{2}{3}$ ، $\sqrt{(-3)^2} = 3$ ، ...

(٤) $\sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{7}{9}$ ، $-\sqrt{\frac{49}{81}} = -\frac{7}{9}$ ، $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ ، ...

رابعاً: قوانين الأسس:

مثال: $5^2 \times 5^3 = 5^{2+3} = 5^5$

(١) $\frac{1}{m^n} = m^{-n}$

(٢) $m^p \times m^n = m^{p+n}$ في حالة الضرب نجمع الأسس

(٣) $m^p \div m^n = m^{p-n}$ في حالة القسمة نطرح الأسس

(٤) $(m^n)^p = m^{n \times p}$ قانون توزيع الأسس

(٥) $(\frac{m}{n})^p = \frac{m^p}{n^p}$ ، $(\frac{m}{n})^{-p} = \frac{n^p}{m^p}$

(٦) $(m^n)^p = m^{n \times p}$ ، $(\frac{m}{n})^p = \frac{m^p}{n^p}$

(٧) $\sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{7}{9}$ ، $-\sqrt{\frac{49}{81}} = -\frac{7}{9}$ ، $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ ، ...

رابعاً: قوانين الأسس:

مثال: $5^2 \times 5^3 = 5^{2+3} = 5^5$

(١) $\frac{1}{m^n} = m^{-n}$

(٢) $m^p \times m^n = m^{p+n}$ في حالة الضرب نجمع الأسس

(٣) $m^p \div m^n = m^{p-n}$ في حالة القسمة نطرح الأسس

(٤) $(m^n)^p = m^{n \times p}$ قانون توزيع الأسس

(٥) $(\frac{m}{n})^p = \frac{m^p}{n^p}$ ، $(\frac{m}{n})^{-p} = \frac{n^p}{m^p}$

(٦) $(m^n)^p = m^{n \times p}$ ، $(\frac{m}{n})^p = \frac{m^p}{n^p}$

(٧) $\sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{7}{9}$ ، $-\sqrt{\frac{49}{81}} = -\frac{7}{9}$ ، $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ ، ...

(٨) $\sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{7}{9}$ ، $-\sqrt{\frac{49}{81}} = -\frac{7}{9}$ ، $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ ، ...

(٩) $\sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{7}{9}$ ، $-\sqrt{\frac{49}{81}} = -\frac{7}{9}$ ، $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ ، ...

(١٠) $\sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{7}{9}$ ، $-\sqrt{\frac{49}{81}} = -\frac{7}{9}$ ، $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ ، ...

(الواجب المنزلي)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات

(١) مجموعة حل المعادلة $5 = |x - 5|$ في ط هي
(\emptyset ، $\{10\}$ ، $\{0\}$)

(٢) $\sqrt{100 - 81} = \dots\dots\dots$

(٢ ، ٤ ، ٦ ، -٦)

(٣) حاصل ضرب العدد النسبي $\frac{1}{b}$ في معكوسه الجمعي

(صفر ، $-\frac{1}{b}$ ، $\frac{1}{b}$ ، $\frac{1}{-b}$)

(٤) $|6| + |4| + |2| = \dots\dots\dots$

(صفر ، -12 ، 12 ، ٦)

(٥) $\sqrt{1} = \dots\dots\dots$ (١ ، -١ ، ١١ ، ± 1)

٢ أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية :

(٣) $3 = 5 + x$ (١) $20 = 3 + x$

(٤) $7 = 3 + x$ (٢) $18 = 11 + x$

٣ أكمل ما يأتي :

(١) $\sqrt{225} = \dots\dots\dots$ (١) $\sqrt{16} = \dots\dots\dots$

(٢) $\sqrt{36} = \dots\dots\dots$ (٢) $|10, 6| = \dots\dots\dots$

(٣) إذا كانت $x = 9$ ، $y = 25$ ،

فإن $x + y = \dots\dots\dots$

(٤) الجذر التربيعي للعدد ٢٥ يساوي $\dots\dots\dots$

(٥) الصورة القياسية للعدد ١٥٠٠٠ هي $\dots\dots\dots$

(٦) العدد النسبي $\frac{1}{b}$ معكوسه الجمعي $\dots\dots\dots$

٤ إذا كانت $\sqrt{36} = 3$ ، $\sqrt{9} = 3$ ،

فأوجد كلاهما ، (٢) -1 ب

(١) $1 +$ ب (٣) $1 +$ ب

خامساً: الصورة القياسية للعدد النسبي:

$|x| \geq 1$ حيث $x \in \mathbb{R}$ ، $|x| > 10$

مثلاً (١) 25.32×10^4 في صورته القياسية 2.532×10^5

(٢) 0.00053 في صورته القياسية 5.3×10^{-4}

٣ أوجد الناتج في كل مما يأتي في أبسط صورة:

(١) $\sqrt{144 + 25} = \dots\dots\dots$ (٦) $\sqrt{0.25} = \dots\dots\dots$

(٢) الصورة القياسية للعدد ٠,٠٠٠١٥ هي $\dots\dots\dots$

(٣) $\sqrt{0.16} + |0.6| = \dots\dots\dots$

(٤) $2^2 + 2^2 + 2^2 + 2^2 = \dots\dots\dots$

(٥) مجموع الجذرين التربيعيين للعدد $\frac{1}{4} = \dots\dots\dots$

سابعاً: مجموعة حل المعادلات في ن:

<p>④ $9 = x^2$ س</p> <p>$\sqrt{9} = x$ س</p> <p>$\pm \sqrt{9} = x$ س</p> <p>ح.م $\{ \pm 3 \}$</p> <p>⑤ $15 = x^2 - 3$ س</p>	<p>① $3 = 1 - x$ س</p> <p>$1 + 3 = x$ س</p> <p>$4 = x$ س</p> <p>ح.م $\{ 4 \}$</p> <p>② $22 = 7 + x$ س</p>
<p>③ $25 = x^2$ س</p> <p>$\pm \sqrt{25} = x$ س</p> <p>ح.م $\{ \pm 5 \}$</p>	<p>⑥ $0 = 4 + x$ س</p>

الوحدة الأولى

الدرس (1)

الجزر التكعيبي للعدد النسبي

أولاً: تعريف الجزر التكعيبي:

الجزر التكعيبي لعدد نسبي p هو العدد الذي مكعبه يساوي p

يرمز للجزر التكعيبي للعدد النسبي p بالرمز $\sqrt[3]{p}$

وملاحظات هامة:

(الجزر التكعيبي يأخذ نفس إشارة العدد)

١- الجزر التكعيبي لعدد نسبي موجب يكون موجباً $5 = \sqrt[3]{125}$

٢- الجزر التكعيبي لعدد نسبي سالب يكون سالباً $-2 = \sqrt[3]{-8}$

(لأن التكعيب لا يغير الإشارة السالبة)

٣- $\sqrt[3]{-p} = -\sqrt[3]{p}$ ، $\sqrt[3]{p} = -\sqrt[3]{-p}$ ، صفر = صفر

(لإيجاد الجزر التكعيبي نقسم الأس على ٣)

$\sqrt[3]{12} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} = 2$ أو $\sqrt[3]{8} = 2$ ، $\sqrt[3]{27} = 3$

٤- المعادلة: $\sqrt[3]{p} = s$ لها حل واحد فقط هو $s = p$

٥- المعادلة: $\sqrt[3]{p} = s$ لها حلان هما $s = p$ و $s = -p$

ثانياً: طرق إيجاد الجزر التكعيبي:

لإيجاد الجزر التكعيبي للعدد النسبي المكعب الكاوي

$\sqrt[3]{64}$ ، $\sqrt[3]{216}$

١- يمكن تحليل العدد إلى عوامله الأولية .

$$\begin{array}{l} 64 \text{ ①} \\ 216 \text{ ②} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 64 \\ 2 \left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{array} \right. \\ \times \left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{array} \right. \\ 2 \left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{array} \right. \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt[3]{64} = 2 \times 2 \times 2 = 4$$

$$\therefore \sqrt[3]{216} = 2 \times 2 \times 2 = 6$$

٢- يمكن استخدام الآلة الحاسبة كما يلي:

$$\boxed{4} = \boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{4} \text{ shift } \sqrt[3]{}$$

ونفس الطريقة يمكن التأكد من كل النتائج

١- أكمل ما يأتي كما بالمثل:

$$\text{①} \quad \sqrt[3]{8} = 2 \quad \text{④} \quad \sqrt[3]{27} = 3$$

$$\text{②} \quad \sqrt[3]{-8} = -2 \quad \text{⑤} \quad \sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \frac{4}{5}$$

$$\text{③} \quad \sqrt[3]{-125} = -5 \quad \text{⑥} \quad \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2}$$

ملاحظات

عند أخذ الجزر التكعيبي للرمز نقسم الأس على ٣

$$\text{⑦} \quad \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{⑧} \quad \sqrt[3]{0.001} = 0.1$$

$$\text{⑨} \quad \sqrt[3]{-125} = -5$$

$$\text{⑩} \quad \sqrt[3]{125} = 5$$

$$\text{⑪} \quad \sqrt[3]{64} = 4$$

$$\text{⑫} \quad \sqrt[3]{-8} = -2$$

ثالثاً: حل معادلات الدرجة الثالثة في ن:

المعادلة التي على صورة: $\sqrt[3]{p} = s$

لها حل وحيد في ن هو: $s = p$

للتخلص من التكعيب نأخذ الجزر التكعيبي للطرفين وللتخلص من الجزر التكعيبي يجب تكعيب الطرفين وذلك في المعادلات

١- أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية:

$$\text{①} \quad \sqrt[3]{15} = 12 - s \quad \text{②} \quad \sqrt[3]{7} = 9 + \frac{s}{4}$$

$$\sqrt[3]{15} = 12 - s \quad \sqrt[3]{7} = 9 + \frac{s}{4}$$

$$15 = (12 - s)^3 \quad 7 = (9 + \frac{s}{4})^3$$

$$15 = 1728 - 432s + 36s^2 - s^3 \quad 7 = 729 + \frac{27s^3}{4} + \frac{27s^2}{2} + \frac{27s}{4}$$

$$-1713 = -432s + 36s^2 - s^3 \quad -722 = \frac{27s^3}{4} + \frac{27s^2}{2} + \frac{27s}{4}$$

$$\{s\} = 3 \quad \{s\} = 3$$

$$\text{②} \quad s = 9 + \frac{s}{4}$$

$$\text{④} \quad s = 12 - \sqrt[3]{15}$$

(الواجب المنزلي)

أكمل ما يأتي:

- ① = $\sqrt[3]{8}$
- ② = $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$
- ③ = $\sqrt[3]{1000}$
- ④ = $\sqrt[3]{0.001}$
- ⑤ = $\sqrt[3]{512}$
- ⑥ = $\sqrt[3]{\frac{64}{1728}}$
- ⑦ = $\sqrt[3]{\frac{64}{343}}$
- ⑧ = $\sqrt[3]{\frac{10}{27}}$
- ⑨ = $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$
- ⑩ = $\sqrt[3]{(-27)}$
- ⑪ = $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{2}$
- ⑫ = $\sqrt[3]{64}$
- ⑬ = $\sqrt[3]{64}$
- ⑭ = $\sqrt[3]{64} - 5$
- ⑮ = $\sqrt[3]{125} - 2$
- ⑯ = $\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{64}$

⑰ المعكوس الجمعي للعدد $\sqrt[3]{125}$ =

⑱ إذا كان $\sqrt[3]{s} = 5$ فإن $s =$

⑲ إذا كان $\sqrt[3]{m} = 27$ فإن $m =$

⑳ إذا كان $(s-4) = \sqrt[3]{125}$ فإن $s =$

㉑ أوجد قيمة s في كل من الحالات الآتية:

① $\sqrt[3]{s} = 5$ ② $s = \sqrt[3]{125}$

③ $s = \sqrt[3]{125}$ ④ $\sqrt[3]{s} = 5$

⑤ $\sqrt[3]{s} = 5$ ⑥ $s = \sqrt[3]{125}$

⑦ $s = \sqrt[3]{125}$ ⑧ $\sqrt[3]{s} = 5$

㉒ أوجد مجموعة الحل للمعادلات الآتية في ن:

① $s^2 + 27 = 0$ ② $s^2 + 8 = 0$

③ $s^2 + 3 = 343$ ④ $s^2 + 2 = 10 + 14$

㉓ مسائل تطبيقية

① إناء مكعب الشكل سعة لتر واحد، احسب طول حرفه.

② كرة حجمها $\frac{1372}{81}\pi$ وحدة مكعبة.

أوجد طول قطرها (حجم الكرة = $\frac{4}{3}\pi r^3$)

③ مكعب حجمه 27 سم³ أوجد طول حرفه ؟

④ كرة حجمها 2880.8 سم³ أوجد طول قطرها هذه الكرة ؟

④ (س-3) + 65 = 1 ⑤ (س-2) = 125

(س-3) = 1 - 65

(س-3) = -64

س-3 = -64 + 3

س = -64 + 3 + 3

س = -61

س = -61

س = -61

س = -61

س = -61

س = -61

س = -61

س = -61

④ (س-2) = 125 ⑤ (س-2) = 125

س-2 = 125

س = 125 + 2

س = 127

س = 127

س = 127

س = 127

س = 127

س = 127

س = 127

س = 127

س = 127

رابعاً : تطبيقات علي الجذر التكعيبي :

① مكعب حجمه 512 سم³. أوجد طول حرفه ؟

حجم المكعب = 512

$\sqrt[3]{512} = \sqrt[3]{8 \times 64} = 8$

② مكعب حجمه $\frac{125}{27}$ سم³. أوجد طول حرفه ؟

③ أوجد طول نصف قطر كرة حجمها 288π سم³

حجم الكرة = 288π

$\frac{4}{3}\pi r^3 = 288\pi$

$r^3 = \frac{288 \times 3}{4} = 216$

④ أوجد طول قطر كرة حجمها 2880.8 سم³

حجم الكرة = $\frac{4}{3}\pi r^3$ حيث $\frac{22}{7} = \pi$

$r^3 = \frac{2880.8 \times 3}{4 \times \frac{22}{7}}$

$r^3 = \frac{2880.8 \times 3 \times 7}{4 \times 22}$

$r^3 = \frac{2880.8 \times 3 \times 7}{4 \times 22}$

$r^3 = \frac{2880.8 \times 3 \times 7}{4 \times 22}$

$r^3 = \frac{2880.8 \times 3 \times 7}{4 \times 22}$

طول القطر =

١ اكمل باستخدام أحد الرمزين ب أو - :

- (١) $3 \supset \dots$ (٢) $0,7 \supset \dots$
 (٣) $1 \supset \dots$ (٤) $\pi \supset \dots$
 (٥) $2 \supset \dots$ (٦) $1 \supset \dots$
 (٧) $5 \supset \dots$ (٨) $25 \supset \dots$

٢ ضع دائرة حول العدد غير النسبي في كل مما يأتي :

$\frac{9}{7}$ ، $\frac{22}{7}$ ، $\sqrt{2}$ ، $1-\sqrt{2}$ ، $0,3$ ، $\sqrt{5}$

٣ اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

- (١) المربع الذي طول ضلعه $\sqrt{3}$ سم تكون مساحته
 سطحه = سم^٢ ($\sqrt{4}$ أو $\sqrt{9}$ أو $\sqrt{3}$ أو $\sqrt{6}$)
 (٢) العدد غير النسبي المحصور بين ٣ ، ٤ هو
 ($\frac{1}{8}$ أو $\frac{1}{7}$ أو $\frac{1}{10}$)
 (٣) العدد غير النسبي المحصور بين ٢- ، ١- هو
 ($-\frac{1}{3}$ أو $-\frac{1}{4}$ أو $-\frac{1}{2}$ أو $-\frac{1}{5}$)

٤ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية فـ ١

- ① س^٢ - ١ = ٤
 س^٢ = ١ + ٤
 س^٢ = ٥
 $\sqrt{5} \pm = س$
 $\{\sqrt{5} \pm\} = ح.م$
 ② س^٢ - ٢ = ٥
 س^٢ = ٢ + ٥
 س^٢ = ٧
 $\sqrt{7} \pm = س$
 $\{\sqrt{7} \pm\} = ح.م$
 ③ س^٢ - ٤ = ٢٥
 س^٢ = ٢٥ + ٤
 س^٢ = ٢٩
 $\sqrt{29} \pm = س$
 $\{\sqrt{29} \pm\} = ح.م$
 ④ س^٢ + ٢ = ١١
 س^٢ = ١١ - ٢
 س^٢ = ٩
 $\sqrt{9} \pm = س$
 $\{\sqrt{9} \pm\} = ح.م$

٥ أوجد قيمة س في كل من الحالات الآتية :

- (١) س^٢ = ٥ (٤) س^٢ = ١ + ٧
 (٢) س^٢ = ٦ (٣) س^٢ = ١ + ٣٥

ثانيا: إيجاد قيمة تقريبة للعدد غير النسبي :

كل عدد غير نسبي تقع قيمته بين عددين نسبيين
مثال أوجد :

عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد $\sqrt{11}$

١- نبحث عن عددين ككل منها مربع كامل يحصران

العدد ١١ فنجد أنهما ٩ ، ١٦

٢- نرتب هذه الأعداد ويفضل تصاعديا : ٩ < ١١ < ١٦

٣- نأخذ الجذر التربيعي للأطراف : $\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$

أي أن : $3 < \sqrt{11} < 4$

∴ العدد $\sqrt{11}$ ينحصر بين العددين الصحيحين ٣ ، ٤

① أوجد : عددين صحيحين متتاليين ينحصر

بينهما العدد $\sqrt{6}$

$\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$

② أوجد : عددين صحيحين متتاليين ينحصر

بينهما العدد $\sqrt{13}$

ولإيجاد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{11}$

يمكنه أن نقول أنه $\sqrt{11} = 3 + \text{كسر عشري ما}$

نحسب قيم الأعداد التالية :

$$9,61 = 3,1^2 \quad 10,24 = 3,2^2$$

$$10,89 = 3,3^2 \quad 11,06 = 3,4^2$$

نرتب الأعداد التي تحصر $\sqrt{11}$: $10,89 < 11 < 11,06$

نأخذ الجذر التربيعي للأطراف :

$$\sqrt{10,89} < \sqrt{11} < \sqrt{11,06}$$

$$3,3 < \sqrt{11} < 3,4$$

أي أن : $3,3 < \sqrt{11} < 3,4$

أي أن : ٣,٣ ، ٣,٤ تعتبر قيم تقريبية للعدد $\sqrt{11}$

ويمكن عمل ذلك باستخدام حاسبة الجيب :

اثبت أن

③ $\sqrt{3}$ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨

نضع الأعداد الثلاثة بنفس الصورة :

$$1,7 < \sqrt{3} < 1,8$$

بتربيع الأطراف الثلاثة

$$2,89 < 3 < 3,24$$

∴ $\sqrt{3}$ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨

④ $\sqrt{5}$ ينحصر بين ٢,٢ ، ٢,٣

(الواجب المنزلي)

١ ضع دائرة حول العدد غير النسبي

$$\sqrt{3}, -2, 0, \sqrt{2}, \sqrt{9}, -\frac{4}{25}$$

٢ أوجد قيمة س في كل من الحالات

الآتية، وبين ما إذا كانت $s \in \mathbb{N}$ أم $s \in \mathbb{Z}$

$$(أ) 4 = s^2 \quad (ب) 9 = s^2$$

$$(ج) 2 = s^2 \quad (د) 6 = s^2$$

$$(هـ) 4 = (s-1)^2 \quad (و) 1 = (s-2)^2$$

٣ فخر إذا كانت س عدداً صحيحاً فأوجد

قيمة س في كل من الحالات الآتية:

$$(١) s > \sqrt{7} \quad (٢) s > \sqrt{5} \quad (٣) s > \sqrt{80} \quad (٤) s > \sqrt{30} \quad (٥) s > \sqrt{135} \quad (٦) s > \sqrt{100}$$

$$(٧) s > \sqrt{10} \quad (٨) s > \sqrt{100} \quad (٩) s > \sqrt{1000} \quad (١٠) s > \sqrt{10000}$$

٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين:

(أ) العدد غير النسبي المحصور بين ٢، ٣ هو

$$(١) \sqrt{10} \text{ أو } \sqrt{7} \text{ أو } 2,5 \text{ أو } \sqrt{3}$$

$$(٢) \sqrt{10} = \dots\dots\dots (٣,٢ - \text{ أو } 3 \text{ أو } 3,٧١ \text{ أو } 2,٩٩)$$

$$(٣) \text{ أقرب عدد صحيح للعدد } \sqrt{25} \text{ هو } \dots\dots\dots$$

$$(٤) \text{ المربع الذي مساحته } 10 \text{ سم}^2 \text{ يكون طول ضلعه } \dots\dots\dots \text{ سم}$$

$$(٥) \text{ المكعب الذي حجمه } 64 \text{ سم}^3 \text{ يكون طول حرفه } \dots\dots\dots \text{ سم}$$

$$(٦) \text{ مجموعة حل المعادلة } s^2 + 4 = 0 \text{ في } \mathbb{Z} \text{ هي } \dots\dots\dots$$

$$(٧) \text{ مجموعة حل المعادلة } s^2 - 3 = 0 \text{ في } \mathbb{Z} \text{ هي } \dots\dots\dots$$

$$(٨) \text{ العدد النسبي في الاعداد التالية هو } \dots\dots\dots$$

$$(٩) \sqrt{5}, -\sqrt{16}, \sqrt{27}, \sqrt{\frac{5}{7}}, \pi - 2, 5$$

٥ ارسم خطاً الأعداد وحدد عليه النقطة

$$(١) \text{ التي تمثل العدد } \sqrt{2}$$

$$(٢) \text{ النقطة ب التي تمثل العدد } 1 + \sqrt{2}$$

$$(٣) \text{ النقطة ج التي تمثل العدد } 1 - \sqrt{2}$$

٦ أوجد عدديه صحيحيه متتالييه، ينحصر بينهما

$$\sqrt{12}, \sqrt{13}$$

٧ أوجد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{10}$ ، وتحقق منه صحة

إجابته باستخدام الآلة الحاسبة.

٨ مربع مساحته ٣٢ سم^٢ أوجد طول ضلعه وطول قطره

٩ أثبت أن:

$$(١) \sqrt{6} \text{ ينحصر بين } 2,4 \text{ و } 2,5$$

$$(٢) \sqrt{12} \text{ ينحصر بين } 2,2 \text{ و } 2,3$$

(تقييم تراكمي)

السؤال الأول: أذكر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

(١) العدد غير النسبي المحصور بين ٣، ٤ هو

$$(١) \sqrt{10}, \sqrt{7}, \frac{1}{8}, 3, 9$$

$$(٢) \sqrt{10} = \dots\dots\dots (3,2 - \text{ أو } 3 \text{ أو } 3,71 \text{ أو } 2,99)$$

$$(٣) \sqrt{9} \dots\dots\dots 3 \text{ (} < , > , = , \leq \text{)}$$

$$(٤) \sqrt{100} - \sqrt{1000} = \dots\dots\dots (1000 - \text{ أو } 100 \text{ أو } 10 \text{ أو } 1000)$$

السؤال الثاني: اكمل ما يأتي:

(١) مجموعة حل المعادلة $s^2 - 2 = 0$ حيث: $s \in \mathbb{Z}$ هي

(٢) المربع الذي طول ضلعه $\sqrt{3}$ تكون مساحته سطحه = ... سم^٢

(٣) مجموعة حل المعادلة $s^2 = 8$ حيث: $s \in \mathbb{Z}$ هي

$$(٤) \sqrt{12} = \dots\dots\dots$$

السؤال الثالث:

(١) كرة حجمها $\frac{4306}{81}$ ط أوجد طول قطرها

(٢) أثبت أن: $\sqrt{4}$ تنحصر بين ٦,٧ و ٦,٨

(٣) ثلاث على خط الأعداد النقطة التي تمثل العدد $1 + \sqrt{5}$

مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)

الدرس (3)

كل عدد حقيقي تمثله نقطة واحدة على خط الأعداد

الأعداد الحقيقية موجبة \mathbb{R}^+ أو \mathbb{R}^- الأعداد الحقيقية السالبة

أكمل بوضع البهر المناسب \in أو \notin

- ① $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$
- ② $\sqrt{5} \in \mathbb{R}$
- ③ $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$
- ④ $\pi \in \mathbb{R}$
- ⑤ $\frac{2}{3} \in \mathbb{R}$
- ⑥ $\sqrt[3]{27} \in \mathbb{R}$
- ⑦ $\sqrt{0} \in \mathbb{R}$
- ⑧ $2,4 \in \mathbb{R}$
- ⑨ $3 \in \mathbb{R}$
- ⑩ $\sqrt{25} \in \mathbb{R}$

مثال رتب الأعداد الآتية تصاعدي :

$$\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{9}, \sqrt{10}$$

لترتيب الأعداد الآتية يجب المقارنة بينهما وللمقارنة بينهما يجب أن تكون لهم نفس رتبة الجذور

$$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4, \sqrt{25} = 5, \sqrt{36} = 6, \sqrt{49} = 7, \sqrt{64} = 8, \sqrt{81} = 9, \sqrt{100} = 10$$

الأعداد هي :

$$\sqrt{1}, \sqrt{4}, \sqrt{9}, \sqrt{16}, \sqrt{25}, \sqrt{36}, \sqrt{49}, \sqrt{64}, \sqrt{81}, \sqrt{100}$$

فيكون الترتيب هو :

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$$

رتب الأعداد الآتية تنازلياً :

$$\sqrt{100}, \sqrt{81}, \sqrt{64}, \sqrt{49}, \sqrt{36}, \sqrt{25}, \sqrt{16}, \sqrt{9}, \sqrt{4}, \sqrt{1}$$

مثال أكتب ثلاثة أعداد غير نسبية تنحصر بين 5 ، 6

مربع العددين 6 ، 6 كعائلي $25 = 5^2$ ، $36 = 6^2$

بينهم $26, 27, 28, \dots$

$$25 < 26 < 27 < 28 < 29$$

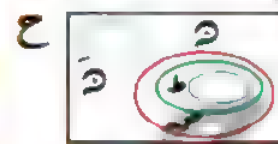
$$5 < \sqrt{26} < \sqrt{27} < \sqrt{28} < 6$$

∴ الأعداد غير النسبية المطلوبة هي : $\sqrt{26}, \sqrt{27}, \sqrt{28}$

أوجد أربعة أعداد غير نسبية تنحصر بين 6 ، 7

مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R}

هي المجموعة الناتجة من اتحاد المجموعتين \mathbb{R}^+ ، \mathbb{R}^-



$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^-$$

وعلم ذلك فإن أي عدد طبيعي

أو صحيح أو نسبي أو غير نسبي

هو عدد حقيقي وشكله في المقابل يوضح ذلك

مثال على الأعداد الحقيقية

فمثلاً : كل من الأعداد التالية هو عدد حقيقي :

$$8, \frac{3}{4}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{11}, \sqrt{13}, \sqrt{17}, \sqrt{19}, \sqrt{23}, \sqrt{29}, \sqrt{31}, \sqrt{37}, \sqrt{41}, \sqrt{43}, \sqrt{47}, \sqrt{53}, \sqrt{59}, \sqrt{61}, \sqrt{67}, \sqrt{71}, \sqrt{73}, \sqrt{79}, \sqrt{83}, \sqrt{89}, \sqrt{97}, \pi$$

أمثلة للأعداد غير الحقيقية :

١- فالجذر التربيعي لأي عدد سالب لا يمثل عدد حقيقي $\sqrt{-1}$

لأنه لا يوجد عدد حقيقي إذا ضرب في نفسه يعطي -١

٢- البعدان ∞ ، $-\infty$ لا يمثلان أعداد حقيقية لأنهم

يعبران أكبر عدد حقيقي موجب وصغر عدد حقيقي

٣- $\frac{\pi}{2}$ ليس لها معنى إذ أنه فهي لا تمثل عدد حقيقي

صفر

ملاحظات

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^- \text{ أو } \mathbb{R} = \mathbb{R}^+ \cap \mathbb{R}^-$$

$$\mathbb{R}^+ \cap \mathbb{R}^- = \{0\}$$

$$\mathbb{R}^+ \cup \{0\} = \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{R}^- \cup \{0\} = \mathbb{R}^-$$

\mathbb{R}^+ تعني مجموعة الأعداد الموجبة وهي التي

تكون أكبر من الصفر وتقع يمين العدد صفر

$$\mathbb{R}^- = \{x : x < 0\}$$

$$\mathbb{R}^- = \{x : x < 0\}$$

\mathbb{R}^- مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة وهي التي تكون

أصغر من الصفر وتقع يسار العدد صفر (تسبق الصفر)

$$\mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^- = \mathbb{R}$$

$$\mathbb{R}^+ \cap \mathbb{R}^- = \{0\}$$

$$\mathbb{R}^+ \cup \{0\} = \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{R}^- \cup \{0\} = \mathbb{R}^-$$

$$\mathbb{R}^+ \cap \mathbb{R}^- = \{0\}$$

$$\mathbb{R}^+ \cup \{0\} = \mathbb{R}^+$$

$$\mathbb{R}^- \cup \{0\} = \mathbb{R}^-$$

$$\mathbb{R}^+ \cap \mathbb{R}^- = \{0\}$$

٤ أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية في ح

١ س $1 - 9 = 1 - 9$ س $2 = 6 + 4 = 10$

س $1 + 9 = 10$ س $2 = 6 - 4 = 2$

س $10 = 10$ س $2 = 2 + (2 + 2)$

س $10 \pm 10 = 10$ س $1 - 1 = 0$

س $10 \pm 10 = 10$ س $10 = 10$ $\therefore \{10\} = 10$

٣ س $2 = 12 + 12 = 24$ ٤ س $2 = 6 + 6 = 12$

(الواجب المنزلي)

١ أكمل الجدول بوضع علامة (✓) في المكان المناسب :

العدد	طبيعي	صحيح	نسبي	غير نسبي	حقيقي
- 9		✓	✓		✓
$1\frac{1}{2}$					
$9\sqrt{2}$					
$ 2 - $					
$- \sqrt{4}$					
$\frac{5}{2}$					
0,3					
$1 - \sqrt{2}$					

٢ ضع العلامة المناسبة (< أو > أو =)

١ $\sqrt{5} \square \sqrt{2}$ (٤) $\sqrt{8} \square \sqrt{4}$

٢ $\sqrt{2} + 1 \square \sqrt{3}$ (٥) $\sqrt{24} \square \sqrt{2}$

٣ $\sqrt{7} \square \sqrt{2,6}$ (٦) $\sqrt{16} \square \sqrt{5}$

٣ أكمل ما يأتي:

١ $2 \cup 2 = 2$ ٢ $2 \cap 2 = 2$

٢ $2 - 2 = 0$ ٣ $2 + 2 = 4$

٣ كل عدد نسبي هو عدد (٣) كل عدد نسبي هو عدد

٤ $2 - 2 = 0$ ٥ $2 + 2 = 4$

٥ $2 \cap 2 = 2$ ٦ كل عدد طبيعي هو عدد

٦ مجموعة حل المعادلة $2 = 1 + 1$ هي في ح هي

٧ $\{2 : 2 \in 2, 2 \in 2, 2 > 2\} = \{2\}$

٨ أكتب ٤ أعداد غير نسبية تتحصر بين ٢ ، ٤

٩ أكتب ٣ أعداد حقيقية تقع بين ٦ ، ٧

٤ رتب الأعداد الآتية تصاعديا :

١ $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{10}, \sqrt{15}$

٢ $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$ ، صفر ، $1 - \sqrt{2}$ ، $1 - \sqrt{3}$ ، $1 - \sqrt{4}$ ، $1 - \sqrt{5}$

٥ رتب الأعداد الآتية تنازليا :

١ $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{10}, \sqrt{15}$ ، صفر ، ٠,٣

٢ $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$ ، ٠,٣ ، $1 - \sqrt{2}$ ، $1 - \sqrt{3}$ ، $1 - \sqrt{4}$ ، $1 - \sqrt{5}$

٦ اقرأ ثم أجب مستخدما مفتاح الحل :

١ مكعب مساحته الكلية ١٨ سم^٢ أوجد طول حرفه، هل طول الحرف عدد نسبي؟

المساحة الكلية للمكعب = ٦ ل

٢ أوجد طول حرف مكعب حجمه ١٢٥ سم^٣ ، هل طول الحرف عدد نسبي؟

حجم المكعب = ٦ ل

٣ أوجد طول ضلع مربع مساحته ٥ سم^٢ ، هل طول الضلع عدد نسبي؟

مساحة المربع = ٦ ل

٧ أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية حيث

١ $2 = 25 + 2 = 27$ س $2 \in 2$ س $2 \in 2$

٢ $8 = 8 - 8 = 0$ س $8 \in 8$ س $8 \in 8$

٣ $8 = 10 + 8 = 18$ س $8 \in 8$ س $8 \in 8$

الدروس (4) الفترات

يوجد بين كل عددين نسبيين عدد لا نهائي من الأعداد النسبية وغير النسبية التي يستحيل سردها في مجموعة وبالتالي نستخدم طريقة أخرى للتعبير عن المجموعات الجزئية من الأعداد الحقيقية وهي الفترات.

لاحظ الفرق

(3 ، 7) زوج مرتب وهو عنصر واحد

{ 3 ، 7 } مجموعة مكونة من عنصرين فقط 3 ، 7

[3 ، 7] فترة وهي مجموعة كل الأعداد الحقيقية من

3 ، 7 تتكون من عدد لا نهائي من العناصر

الفترة : هي مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية

أولاً: الفترات المحدودة

نفرض العددين 1 ، 10 $1 < 10$ فإن ،

الفترّة	التعبير الرياضي	التمثيل بالصبغة المميزة	التمثيل على خط الأعداد
الفترة المغلقة	$[1, 10]$	$\{x : 1 \leq x \leq 10\}$	
الفترة المفتوحة	$(1, 10)$	$\{x : 1 < x < 10\}$	
الفترة نصف المغلقة	$[1, 10)$	$\{x : 1 \leq x < 10\}$	
الفترة المفتوحة/المغلقة	$(1, 10]$	$\{x : 1 < x \leq 10\}$	

ملحوظة 1 مهمة جداً جداً :

- عند كتابة الفترة يجب كتابة العدد الأصغر أولاً (اليمين) $1 \in [1, 10]$ ، $10 \notin [1, 10]$
- $1 \in (1, 10]$ ، $10 \in (1, 10]$ أو $1 \in [1, 10]$ ، $10 \in [1, 10]$
- $1 \notin (1, 10]$ ، $10 \notin (1, 10]$ ، $1 \notin [1, 10]$ ، $10 \notin [1, 10]$

أكمل ما يأتي كما بالمثل :

<p>① إذا كنت سـ = [5 ، 1] فإن</p> <p>سـ = 5 ، 1</p> <p>$\{x : 5 \geq x \geq 1\}$</p> <p>1 > سـ ، 5 < سـ</p> <p>3 --- سـ ، 0 --- سـ</p> <p>2√ --- سـ ، 26√ --- سـ</p>	<p>② إذا كنت سـ = [4 ، 3] فإن</p> <p>سـ = 4 ، 3</p> <p>$\{x : 4 \geq x \geq 3\}$</p> <p>2 --- سـ ، 4 < سـ</p> <p>7√ --- سـ ، 25√ --- سـ</p> <p>0 --- سـ ، 5 --- سـ</p>	<p>③ إذا كنت سـ = [4 ، 0] فإن</p> <p>سـ = 4 ، 0</p> <p>$\{x : 4 \geq x \geq 0\}$</p> <p>1 > سـ ، 5 < سـ</p> <p>3 --- سـ ، 0 --- سـ</p> <p>2√ --- سـ ، 26√ --- سـ</p>
---	--	---

ثانياً: الفترات غير المحدودة :

الفترّة	التعبير الرياضي	التمثيل بالصبغة المميزة	التمثيل على خط الأعداد
$]-\infty, 1]$	$\{x : x \leq 1\}$		
$]1, \infty[$	$\{x : x > 1\}$		
$[1, \infty[$	$\{x : x \geq 1\}$		
$]1, \infty]$	$\{x : x > 1\}$		

ملحوظة 2 مهمة جدا جدا :

- ١ $[-\infty, \infty] = \mathbb{R} \cup \{0\} \cup \mathbb{R}_+ = \mathbb{R}$ أما $[-\infty, 0] = \mathbb{R}_- \cup \{0\}$ أما $[0, \infty] = \mathbb{R}_+$ وهو أصغر من أي عدد حقيقي
- ٢ $\mathbb{R} - \mathbb{R}$ ليسا عددين حقيقيين \mathbb{R} وهو أكبر من أي عدد حقيقي \mathbb{R} وهو أصغر من أي عدد حقيقي
- ٣ مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة $[-\infty, 0]$ أما غير الموجبة $[0, \infty]$
- ٤ عند كتابة الفترة يجب أن تكون الفترة مفتوحة من ناحية \mathbb{R} أو \mathbb{R}_- ويجب كتابة \mathbb{R} في البداية و \mathbb{R}_- في الآخر
- ٥ أكمل الجدول التالي كما بالمثال :

الفترة	التمثيل بالصفة المميزة	التمثيل على خط الأعداد
$[5, 2]$	$\{x : 5 \leq x \leq 2\}$	
$[-4, 3]$	$\{x : -4 \leq x \leq 3\}$	
$[2, 1]$	$\{x : 2 \leq x \leq 1\}$	
.....	$\{x : \dots \leq x \leq \dots\}$
$[-\infty, 1]$	$\{x : x \leq 1\}$	
.....	$\{x : \dots \leq x \leq \dots\}$
$[-\infty, 1]$	$\{x : x \leq 1\}$	
.....	$\{x : \dots \leq x \leq \dots\}$
$[-\infty, 1]$	$\{x : x \leq 1\}$	

(الواجب المنزلي)

١ ضع الرمز المناسب \in أو \notin أو \subset أو \supset

$$(1) \quad 2 \in [3, 2] \quad (2) \quad 4 \in [-\infty, 1]$$

$$(2) \quad 5 \in [-\infty, 6] \quad (3) \quad 5 \in [-\infty, 3]$$

$$(3) \quad 10 \in [3, 1] \quad (4) \quad 1 \in [2, 1]$$

$$(4) \quad 2 \in [-\infty, 1] \quad (5) \quad 1 \in [3, 0]$$

٢ أكتب الفترات الآتية بطريقة الصفة المميزة ومثلها

على خط الأعداد

$$(1) \quad [-3, 2]$$

$$(2) \quad [-1, \infty]$$

$$(3) \quad [-2, 1]$$

$$(4) \quad [-\infty, 3]$$

٣ أكتب ما يعبر عنه الشكل المقابل :

$$(1) \quad \text{شكل خط الأعداد من 2 إلى 5 مع دوائر مغلقة عند الطرفين والجزء بينهما مظلّل.}$$

$$(2) \quad \text{شكل خط الأعداد من 2 إلى 4 مع دوائر مفتوحة عند الطرفين والجزء بينهما مظلّل.}$$

$$(3) \quad \text{شكل خط الأعداد من 3 إلى 4 مع دوائر مغلقة عند الطرفين والجزء بينهما مظلّل.}$$

$$(4) \quad \text{شكل خط الأعداد من 3 إلى 4 مع دوائر مفتوحة عند الطرفين والجزء بينهما مظلّل.}$$

$$(5) \quad \text{شكل خط الأعداد من 1 إلى 2 مع دوائر مغلقة عند الطرفين والجزء بينهما مظلّل.}$$

٤ أوجد على صورة فترة ومثلها على خط الأعداد:

$$(1) \quad \{x : 1 \leq x < 2\}$$

$$(2) \quad \{x : x \geq 3\}$$

$$(3) \quad \{x : x \geq -8\}$$

$$(4) \quad \text{مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من 3}$$

$$(5) \quad \{x : 1 \leq x \leq 2\}$$

العمليات على الفترات

الدرس (5)

رابعاً : المكمل
 $\bar{S} = \text{كل ما هو خارج الفترة من أعداد حقيقية}$
 $\bar{S} = C - S$

أوجد مستعيناً بخط الأعداد :

$$① \quad S =]-\infty, 2[\quad \bar{S} =]2, \infty[$$

$$\bar{S} =]-\infty, 2[\cup]2, \infty[$$

$$② \quad S =]-\infty, 5[\quad \bar{S} =]5, \infty[$$

$$\bar{S} =]-\infty, 5[\cup]5, \infty[$$

$$③ \quad \bar{S} =]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$$

أ إذا كانت $S =]-\infty, 3[$ و $\bar{S} =]8, \infty[$
 مستعيناً بخط الأعداد أوجد كلا مما يأتي :-

$$① \quad S \cap \bar{S} =]-\infty, 3[\cap]8, \infty[= \emptyset$$

$$② \quad S \cup \bar{S} =]-\infty, 3[\cup]8, \infty[=]-\infty, \infty[$$

$$③ \quad S - \bar{S} =]-\infty, 3[-]8, \infty[=]-\infty, 3[$$

$$④ \quad \bar{S} - S =]8, \infty[-]-\infty, 3[=]8, \infty[$$

$$⑤ \quad S \cap \bar{S} =]-\infty, 3[\cap]8, \infty[= \emptyset$$

$$⑥ \quad S \cup \bar{S} =]-\infty, 3[\cup]8, \infty[=]-\infty, \infty[$$

$$⑦ \quad S - \bar{S} =]-\infty, 3[-]8, \infty[=]-\infty, 3[$$

$$⑧ \quad \bar{S} - S =]8, \infty[-]-\infty, 3[=]8, \infty[$$

$$⑨ \quad S \cap \bar{S} =]-\infty, 3[\cap]8, \infty[= \emptyset$$

$$⑩ \quad S \cup \bar{S} =]-\infty, 3[\cup]8, \infty[=]-\infty, \infty[$$

$$⑪ \quad S - \bar{S} =]-\infty, 3[-]8, \infty[=]-\infty, 3[$$

$$⑫ \quad \bar{S} - S =]8, \infty[-]-\infty, 3[=]8, \infty[$$

$$⑬ \quad S \cap \bar{S} =]-\infty, 3[\cap]8, \infty[= \emptyset$$

$$⑭ \quad S \cup \bar{S} =]-\infty, 3[\cup]8, \infty[=]-\infty, \infty[$$

$$⑮ \quad S - \bar{S} =]-\infty, 3[-]8, \infty[=]-\infty, 3[$$

$$⑯ \quad \bar{S} - S =]8, \infty[-]-\infty, 3[=]8, \infty[$$

$$⑰ \quad S \cap \bar{S} =]-\infty, 3[\cap]8, \infty[= \emptyset$$

$$⑱ \quad S \cup \bar{S} =]-\infty, 3[\cup]8, \infty[=]-\infty, \infty[$$

$$⑲ \quad S - \bar{S} =]-\infty, 3[-]8, \infty[=]-\infty, 3[$$

$$⑳ \quad \bar{S} - S =]8, \infty[-]-\infty, 3[=]8, \infty[$$

$$㉑ \quad S \cap \bar{S} =]-\infty, 3[\cap]8, \infty[= \emptyset$$

$$㉒ \quad S \cup \bar{S} =]-\infty, 3[\cup]8, \infty[=]-\infty, \infty[$$

$$㉓ \quad S - \bar{S} =]-\infty, 3[-]8, \infty[=]-\infty, 3[$$

$$㉔ \quad \bar{S} - S =]8, \infty[-]-\infty, 3[=]8, \infty[$$

الفترتان مجموعتان جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية ، فإنه يمكن إجراء عمليات الاتحاد والتقاطع والفرق والمكمل على الفترتين .

أولاً : الاتحاد = جميع العناصر الموجودة في المجموعتين

أوجد مستعيناً بخط الأعداد :

$$① \quad]-\infty, 2[\cup]5, \infty[=]-\infty, 2[\cup]5, \infty[$$

$$② \quad]-\infty, 2[\cup]5, \infty[=]-\infty, 2[\cup]5, \infty[$$

$$③ \quad]-\infty, 2[\cup]5, \infty[=]-\infty, 2[\cup]5, \infty[$$

$$④ \quad]-\infty, 2[\cup]5, \infty[=]-\infty, 2[\cup]5, \infty[$$

$$⑤ \quad]-\infty, 2[\cup]5, \infty[=]-\infty, 2[\cup]5, \infty[$$

$$⑥ \quad]-\infty, 2[\cup]5, \infty[=]-\infty, 2[\cup]5, \infty[$$

$$⑦ \quad]-\infty, 2[\cup]5, \infty[=]-\infty, 2[\cup]5, \infty[$$

$$⑧ \quad]-\infty, 2[\cup]5, \infty[=]-\infty, 2[\cup]5, \infty[$$

$$⑨ \quad]-\infty, 2[\cup]5, \infty[=]-\infty, 2[\cup]5, \infty[$$

$$⑩ \quad]-\infty, 2[\cup]5, \infty[=]-\infty, 2[\cup]5, \infty[$$

ثانياً : التقاطع = جميع العناصر المشتركة بين المجموعتين

أوجد مستعيناً بخط الأعداد :

$$① \quad]-\infty, 2[\cap]5, \infty[= \emptyset$$

$$② \quad]-\infty, 2[\cap]5, \infty[= \emptyset$$

$$③ \quad]-\infty, 2[\cap]5, \infty[= \emptyset$$

$$④ \quad]-\infty, 2[\cap]5, \infty[= \emptyset$$

$$⑤ \quad]-\infty, 2[\cap]5, \infty[= \emptyset$$

$$⑥ \quad]-\infty, 2[\cap]5, \infty[= \emptyset$$

$$⑦ \quad]-\infty, 2[\cap]5, \infty[= \emptyset$$

$$⑧ \quad]-\infty, 2[\cap]5, \infty[= \emptyset$$

$$⑨ \quad]-\infty, 2[\cap]5, \infty[= \emptyset$$

$$⑩ \quad]-\infty, 2[\cap]5, \infty[= \emptyset$$

ثالثاً : الفرق

أ- ب = جميع العناصر الموجودة في أ وغير موجودة في ب

أوجد مستعيناً بخط الأعداد :

$$① \quad]-\infty, 2[-]5, \infty[=]-\infty, 2[$$

$$② \quad]-\infty, 2[-]5, \infty[=]-\infty, 2[$$

$$③ \quad]-\infty, 2[-]5, \infty[=]-\infty, 2[$$

$$④ \quad]-\infty, 2[-]5, \infty[=]-\infty, 2[$$

$$⑤ \quad]-\infty, 2[-]5, \infty[=]-\infty, 2[$$

$$⑥ \quad]-\infty, 2[-]5, \infty[=]-\infty, 2[$$

$$⑦ \quad]-\infty, 2[-]5, \infty[=]-\infty, 2[$$

$$⑧ \quad]-\infty, 2[-]5, \infty[=]-\infty, 2[$$

$$⑨ \quad]-\infty, 2[-]5, \infty[=]-\infty, 2[$$

$$⑩ \quad]-\infty, 2[-]5, \infty[=]-\infty, 2[$$

(الواجب المنزلي)

١ أكمل ما يأتي:

$$① = [8, 3] \cup [5, 3-]$$

$$② = [5, 2] \cap [4, 1-]$$

$$③ = [5, 1] - [3, 2-]$$

$$④ = [5, 6] \cup [5, \infty-]$$

$$⑤ = [5, 2] \cup [5, \infty-]$$

$$⑥ = [5, 0] \cap \mathbb{R}$$

$$⑦ = [0, 3-] \cup \mathbb{R}$$

٢ أكمل ما يأتي:

فترة \cap مجموعة = مجموعة

فترة \cup مجموعة = فترة

فترة - مجموعة = فترة

مجموعة - فترة = مجموعة

$$① \{8, 5, 2\} = \{8, 2, 1\} \cap [8, 2]$$

$$② = \{7, 6, 5, 3\} \cap [6, 3]$$

$$③ = \{4, 1\} \cap [4, 1]$$

$$④ = \{5, 0\} \cap [5, 0]$$

$$⑤ = \{4, 2\} - [4, 2]$$

$$⑥ = \{0\} - [9, 0]$$

$$⑦ = [11, 3] - \{11, 2\}$$

$$⑧ = [8, 2] - \{8, 2\}$$

$$⑨ [5, 1] = \{5, 1\} \cup [5, 1]$$

$$⑩ = \{7, 2\} \cup [7, 2]$$

$$⑪ = \{6, 5, 0\} \cup [5, 0]$$

$$⑫ = \{3\} \cup [9, 2]$$

$$⑬ إذا كان $s = [5, 3]$ ، $v = [4, 3-]$$$

أوجد مستعينا بخط الأعداد ① $s \cap v$

② $s \cup v$ ③ $s - v$ ④ $v - s$

$$⑭ إذا كان $s = [3, 2-]$ ، $v = [3, 2-]$$$

أوجد مستعينا بخط الأعداد ① $s \cap v$

② $s \cup v$ ③ $s - v$ ④ $v - s$

$$⑮ إذا كانت $s = [4, 3-]$ ، $v = [5, 5]$$$

أوجد مستعينا بخط الأعداد ① $s \cup v$

② $s \cap v$ ③ $s - v$ ④ $v - s$

$$⑯ إذا كانت $s = [4, 5]$ ، $v = [4, 5]$$$

أوجد مستعينا بخط الأعداد ① $s \cup v$

② $s \cap v$ ③ $s - v$ ④ $v - s$

٢ اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

$$① (1) [7, 2] - \{7, 2\} = \dots$$

$$(\{0\}, [7, 2], \emptyset, [6, 1])$$

$$② (2) \dots =]5, 1] \cup [3, 2-]$$

$$([8, 0], [8, 0], [5, 3], [4, 3])$$

$$③ (3) \dots =]3, 2-] \cap [5, 1]$$

$$([3, 1], [3, 1], [3, 1], \{3, 1\})$$

$$④ (4) \dots = [4, 1] -]2, 1-]$$

$$([1, 1-], [1, 1-], \{1, 1- \}, [1, 1-])$$

$$⑤ (5) [3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

تقديم تدريجي

السؤال الأول : أذكر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

$$① \dots = [7, 2] - \{7, 2\}$$

$$(\{0\}, [7, 2], \emptyset, [6, 1])$$

$$② \dots =]5, 1] \cup [3, 2-]$$

$$([8, 0], [8, 0], [5, 3], [4, 3])$$

$$③ \dots =]3, 2-] \cap [5, 1]$$

$$([3, 1], [3, 1], [3, 1], \{3, 1\})$$

$$④ \dots = [4, 1] -]2, 1-]$$

$$([1, 1-], [1, 1-], \{1, 1- \}, [1, 1-])$$

$$⑤ (5) [3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

$$[3, 2-] = [5, 2-] \cap [4, \infty-]$$

السؤال الرابع :

① هل المعادلة $8 = 2(3 - s)$ حيث $s \in \mathbb{N}$

رتب الأعداد الآتية تصاعدياً :

$$-27, -45, -2, 6, 0, 8$$

ملحوظة هامة

اجعل مقام العدد الحقيقي " $\frac{1}{\sqrt{a}}$ "

عددا صحيحا بضرب جدي العدد في " \sqrt{a} "

فمثلا: $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

اجعل المقام عددا صحيحا

① $\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

② $\frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

③ $\frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$

④ $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{5 - \sqrt{10}}{5}$

⑤ $\frac{9}{\sqrt{32}} = \frac{9\sqrt{32}}{\sqrt{32}\sqrt{32}} = \frac{9\sqrt{32}}{32}$

⑥ خاصية توزيع الضرب على الجمع والطرح

لأي ثلاثة أعداد حقيقية a, b, c ، ج يكون.

$a(b \pm c) = (a \times b) \pm (a \times c)$

اختصر إلى أبسط صورة

① $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} = (2 + 3)\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

② $10\sqrt{2} = 5 \times 2 + \sqrt{2} \times 3 \times 2 =$

$(3 - 2\sqrt{2})(2 + 3\sqrt{2})$

③ $(5 - 3\sqrt{2})(2 + 3\sqrt{2})$

④ $3\sqrt{2} - 4 = 10 - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{5} - 6 =$

$(5 + 3\sqrt{2})(5 - 3\sqrt{2})$

⑤ $5 + 10\sqrt{2} + 3 = (5 + 3\sqrt{2})$

⑥ $10\sqrt{2} + 8 =$

⑦ $(5 - 3\sqrt{2})$

⑧ $=$

رابعاً: عملية القسمة

لكل $a \neq 0, b \in \mathbb{R}$ يكون: $a \div b = \frac{a}{b}$

أي أن: عملية القسمة ممكنة دائماً في \mathbb{R} ولكن

بشرط أن $(b \neq 0)$ وليس لها خواص عملية الضرب

ثالثاً: عملية الضرب

لاحظ أن ١ - عند ضرب الجذور تضرب

المعامل \times المعامل ثم تضرب الجذر \times الجذر

٢ - $1 = \sqrt{1} \times \sqrt{1} = \sqrt{1} \times \sqrt{1} = 1$

أوجد ناتج ما يأتي:

① $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

② $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$

③ $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$

④ $\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$

⑤ $\sqrt{7} \times \sqrt{7} = 7$

⑥ $\sqrt{10} \times \sqrt{10} = 10$

⑦ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

⑧ $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$

خواص عملية الضرب

① خاصية الانغلاق

إذا كانت $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$ فإن $(a \times b) \in \mathbb{R}$

فمثلاً: $2 \times 3 = 6, 5 \times 2 = 10, 3 \times 5 = 15$

ح $\in \mathbb{R}$ عدد حقيقي

② خاصية الإبدال

إذا كانت $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$ فإن $a \times b = b \times a$

فمثلاً: $2 \times 3 = 3 \times 2 = 6$

③ خاصية الدمج

إذا كانت $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}$

فإن $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

فمثلاً: $2 \times (3 \times 5) = (2 \times 3) \times 5 = 30$

خاصية الدمج $2 \times (3 \times 5) =$

خاصية الإبدال $2 \times 3 \times 5 =$

خاصية الانغلاق $10 = 2 \times 5 =$

④ خاصية المحايد الضربي (الواحد)

إذا كان $a \in \mathbb{R}$ فإن $a \times 1 = 1 \times a = a$

فمثلاً: $2 \times 1 = 1 \times 2 = 2$

⑤ خاصية المعكوس الضربي:

لكل عدد حقيقي $a \neq 0$ يوجد عدد حقيقي $\frac{1}{a}$

حيث $1 = a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a$ (المحايد الضربي)

فمثلاً: المعكوس الضربي للعدد $\frac{3}{2}$ هو $\frac{2}{3}$

العمليات على الجذور التربيعية

الدرس (7)

إذا كان a, b عددين حقيقيين غير سالبين فإن:

$$a \cdot b = \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\text{فمثلاً: } \sqrt{10} = \sqrt{2 \times 5} = \sqrt{2} \times \sqrt{5}$$

$$= \sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}$$

$$\text{تلياً: } \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b} \quad \text{فمثلاً:}$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{5 \times 2} = \sqrt{10}$$

$$= \sqrt{10} \times 1 = \sqrt{10}$$

$$\text{ثالثاً: } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{حيث } b \neq 0$$

$$\text{فمثلاً: } \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10 \div 2}}{\sqrt{2 \div 2}} = \frac{\sqrt{5}}{1} = \sqrt{5}$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10 \div 2}}{\sqrt{2 \div 2}} = \frac{\sqrt{5}}{1} = \sqrt{5}$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10 \div 2}}{\sqrt{2 \div 2}} = \frac{\sqrt{5}}{1} = \sqrt{5}$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10 \div 2}}{\sqrt{2 \div 2}} = \frac{\sqrt{5}}{1} = \sqrt{5}$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10 \div 2}}{\sqrt{2 \div 2}} = \frac{\sqrt{5}}{1} = \sqrt{5}$$

$$\text{رابعاً: } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a \cdot b}}{\sqrt{b \cdot b}} = \frac{\sqrt{a \cdot b}}{b}$$

تستخدم هذه القاعدة لجعل المقام عدد صحيح

$$\text{فمثلاً: } \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10 \cdot 2}}{\sqrt{2 \cdot 2}} = \frac{\sqrt{20}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{20}}{2} = \frac{\sqrt{4 \cdot 5}}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$$

ملحوظة: $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

اختصار لأبسط صورة:

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} \quad ①$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} \times 2 =$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{24} =$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{6} + \sqrt{24} - \sqrt{18} \quad ②$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{6} \times 6 + 2 \times \sqrt{6} - 2 \times \sqrt{6} =$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{6} \times \frac{1}{2} \times 6 + 2\sqrt{6} \times 1 - 2\sqrt{6} \times 1 =$$

$$= 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{6} \quad ③$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{12} = \sqrt{6}$$

العددان المترافقان

(8) تمرين

إذا كان a, b عددين نسبين موجبين فإن كلا من العددينهو مرافق للعدد الآخر $(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ ، $(\sqrt{a} - \sqrt{b})$

مجموعهما = (ضعف الحد ذو الإشارة الثابتة)

$$2\sqrt{a} = \sqrt{a} + \sqrt{a} = (\sqrt{a} + \sqrt{b}) + (\sqrt{a} - \sqrt{b})$$

طرحهما = (ضعف الحد ذو الإشارة المتغيرة)

$$2\sqrt{b} = \sqrt{a} + \sqrt{b} - (\sqrt{a} - \sqrt{b})$$

حاصل ضربهما = مربع الحد الأول - مربع الحد الثاني

$$b - a = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$$

طاصل ضرب العددين المترافقين هو دائماً عدد نسبي

أكمل ما يأتي:

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{2} + \sqrt{7} \text{ مرافقه } \sqrt{2} - \sqrt{7} \text{ وحاصل ضربهما } = \dots$$

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{2} + \sqrt{5} \text{ مرافقه } \dots \text{ وحاصل ضربهما } = \dots$$

$$\textcircled{3} \quad 2 - \sqrt{6} \text{ مرافقه } \dots \text{ وحاصل جمعهم } = \dots$$

$$\textcircled{4} \quad \sqrt{2} + 3\sqrt{2} \text{ مرافقه } \dots \text{ وحاصل طرحهم } = \dots$$

ملاحظة هامة:

إذا كان لدينا عدد حقيقي مقامه حل الصيغة $(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})$ فيجب وضعه في أبسط صيغة ، وذلك بضرب في مرافق المقام

اجعل المقام عدداً صحيحاً

$$\textcircled{1} \quad \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{7})5}{2 + 7} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{7}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}} \times \frac{5}{\sqrt{2} - \sqrt{7}}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{7} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{7})5}{5} =$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{(\dots)^2}{1 - 5\sqrt{2}} = \frac{1 - 5\sqrt{2}}{1 - 5\sqrt{2}} \times \frac{2}{1 + 5\sqrt{2}}$$

$$\dots = \dots =$$

$$\textcircled{3} \quad \times \frac{\sqrt{2} + 5\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 5\sqrt{2}}$$

(الواجب المنزلي)

ضع كلما يأتي في صورة $\frac{a}{b}$

$$\textcircled{1} \quad \frac{28}{\sqrt{2}}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{1}{\sqrt{4}}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{28}{\sqrt{2}}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{28}{\sqrt{2}}$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{28}{\sqrt{2}}$$

اختصر لأبسط صورة:

$$\textcircled{1} \quad \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{9\sqrt{2}}{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2} + \frac{1\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{9\sqrt{2}}{5}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{2}{3\sqrt{2}} + \frac{4\sqrt{2}}{2} - \frac{2\sqrt{2}}{2}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{9}{3\sqrt{2}} - \frac{1\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{1\sqrt{2}}{2}$$

أكمل ما يأتي:

$$\textcircled{1} \quad \dots = \sqrt{2} - \sqrt{18} - \sqrt{50}$$

$$\textcircled{2} \quad \dots = (\sqrt{5} + \sqrt{7})(\sqrt{5} - \sqrt{7})$$

$$\textcircled{3} \quad \dots = 2(\sqrt{2} + \sqrt{8})$$

$$\textcircled{4} \quad \text{المعكوس الضربي للعدد } \frac{3}{\sqrt{2}} \text{ هو } \dots$$

$$\textcircled{5} \quad \text{العدد التالي في النمط: } \sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \dots \text{ هو } \dots$$

أوجد قيمة كل من: $s + s$ ، $s \times s$

$$\textcircled{1} \quad s = 3 + \sqrt{2}، s = 1 - \sqrt{2}$$

$$\textcircled{2} \quad s = \sqrt{2} - \sqrt{2}، s = \sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$\textcircled{3} \quad s = 3 - \sqrt{2}، s = 3 + \sqrt{2}$$

العمليات على الجذور التكعيبية

القوس (9)

٢ اختصر لأبسط صورة

$$\textcircled{1} \quad 16\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{2} + 54\sqrt[3]{2}$$

$$2\sqrt[3]{2} \cdot 2 - 2\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{2} \cdot 3 =$$

$$2\sqrt[3]{2} \cdot 2 =$$

$$\textcircled{2} \quad 250\sqrt[3]{2} - 16\sqrt[3]{2} \cdot 3 + 54\sqrt[3]{2} \cdot 2$$

$$2\sqrt[3]{2} \cdot \dots - 2\sqrt[3]{2} \cdot \dots \times 3 + 2\sqrt[3]{2} \cdot \dots \times 2 =$$

$$\dots = 2\sqrt[3]{2} \cdot \dots - 2\sqrt[3]{2} \cdot \dots + 2\sqrt[3]{2} \cdot \dots =$$

$$\textcircled{3} \quad 81\sqrt[3]{2} + 24\sqrt[3]{2} \cdot 4 - 3\sqrt[3]{2} \cdot 5$$

$$\textcircled{4} \quad 16\sqrt[3]{2} \cdot 5 + \frac{1-}{4}\sqrt[3]{2} \cdot 8 + 54\sqrt[3]{2}$$

$$2 \times 8\sqrt[3]{2} \cdot 5 + \frac{2}{2} \times \frac{1-}{4}\sqrt[3]{2} \cdot 8 + 2 \times 27\sqrt[3]{2} =$$

$$2\sqrt[3]{2} \times 8\sqrt[3]{2} \times 5 + \frac{2-}{8\sqrt[3]{2}} \times 8 + 2\sqrt[3]{2} \times 27\sqrt[3]{2} =$$

$$2\sqrt[3]{2} \times 2 \times 5 + \frac{2\sqrt[3]{2}}{1} - \frac{8}{1} + 2\sqrt[3]{2} \cdot 2 =$$

$$2\sqrt[3]{2} \cdot 9 = 2\sqrt[3]{2} \cdot 10 + 2\sqrt[3]{2} \cdot 2 - 2\sqrt[3]{2} \cdot 2 =$$

$$\textcircled{5} \quad (2-)\sqrt[3]{2} - \frac{2}{2}\sqrt[3]{2} \cdot 2 + 32\sqrt[3]{2}$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{1}{2}\sqrt[3]{2} \cdot 8 + 16 - \sqrt[3]{2} \cdot 5 - 2\sqrt[3]{2} \cdot 3$$

إذا كان | ، ب عددين حقيقيين فإن :

$$\text{أو} \quad \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \cdot b} \quad \text{فمثلا:}$$

$$\sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{2 \times 5} = \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{5}$$

$$= \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2 \times 5} = \sqrt[3]{10}$$

$$\text{نقيا:} \quad \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \cdot b} \quad \text{فمثلا:}$$

$$\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{5 \times 2} = \sqrt[3]{10} = \sqrt[3]{2 \times 5}$$

$$\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{2 \times 5} = \sqrt[3]{10}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a}} = \frac{1}{\sqrt[3]{a}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{a}} = \frac{1}{\sqrt[3]{a}}$$

$$\text{حيث } b \neq 0, \quad b \neq 1, \quad b \neq 2$$

$$\text{فمثلا:} \quad \frac{3\sqrt[3]{2}}{2\sqrt[3]{2}} = \frac{3}{2}, \quad \frac{12\sqrt[3]{2}}{4\sqrt[3]{2}} = \frac{12}{4} = \frac{3}{1}$$

$$\text{تابعًا:} \quad \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \cdot b} \quad \text{فمثلا:} \quad 5 \times 8\sqrt[3]{2} = 5\sqrt[3]{2} \cdot 8\sqrt[3]{2}$$

$$1 = \sqrt[3]{1} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} = \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2}$$

$$\text{ضع كلاما يأتي في صورة } \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$$

$$\textcircled{1} \quad 16\sqrt[3]{2} = \text{نقوم بتحليل العدد ١٦ الى}$$

$$\text{عددين احدهما له جذر تكعيبي وليكن } 8 \times 2$$

$$\therefore 16\sqrt[3]{2} = 8 \times 2\sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2} \cdot 2$$

$$\textcircled{2} \quad \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{3 \times 2} = 3\sqrt[3]{2}$$

$$\textcircled{3} \quad \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{8 \times 2} = 2\sqrt[3]{2}$$

$$\textcircled{4} \quad \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{50 \times 2} = 50\sqrt[3]{2}$$

$$\textcircled{5} \quad \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{54 \times 2} = 54\sqrt[3]{2}$$

$$\textcircled{6} \quad \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{40 \times 2} = 40\sqrt[3]{2}$$

$$\textcircled{7} \quad \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\frac{2}{2} \times 2} = \frac{1}{2}\sqrt[3]{2}$$

$$\textcircled{8} \quad \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\frac{4}{4} \times 2} = \frac{2}{4}\sqrt[3]{2} = \frac{1}{2}\sqrt[3]{2}$$

$$\textcircled{9} \quad \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\frac{1}{1} \times 2} = \frac{1}{1}\sqrt[3]{2}$$

$$\textcircled{10} \quad \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\frac{1}{1} \times 2} = \frac{1}{1}\sqrt[3]{2}$$

$$\textcircled{11} \quad \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\frac{1}{1} \times 2} = \frac{1}{1}\sqrt[3]{2}$$

$$\textcircled{12} \quad \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\frac{1}{1} \times 2} = \frac{1}{1}\sqrt[3]{2}$$

$$\textcircled{13} \quad \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\frac{1}{1} \times 2} = \frac{1}{1}\sqrt[3]{2}$$

$$\textcircled{14} \quad \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\frac{1}{1} \times 2} = \frac{1}{1}\sqrt[3]{2}$$

$$\textcircled{15} \quad \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{\frac{1}{1} \times 2} = \frac{1}{1}\sqrt[3]{2}$$

(الواجب المنزلي)

١ ضع كلاً مما يأتي على صورة $\sqrt[n]{a}$

① $\sqrt[3]{54}$ ④ $\sqrt[3]{1000}$

② $\sqrt[3]{2160}$ ⑤ $\sqrt[3]{1715}$

③ $\sqrt[3]{128}$ ⑥ $\sqrt[3]{686}$

٢ اختصر لأبسط صورة

① $\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{250}$

② $\sqrt[3]{\frac{2}{9}} \div \sqrt[3]{\frac{3}{4}}$

③ $\sqrt[3]{\frac{4}{25}} \times \sqrt[3]{\frac{2}{5}}$

④ $\sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{250}$

⑤ $\sqrt[3]{\frac{7}{27}} - \sqrt[3]{\frac{1}{56}}$

⑥ $\sqrt[3]{100} \times \sqrt[3]{10}$

⑦ $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{\frac{1}{8}} + \sqrt[3]{24}$

⑧ $\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{81}$

⑨ $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16}$

⑩ $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} + \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{2}$

⑪ $\sqrt[3]{\frac{1}{9}} - \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{81}$

⑫ $\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{\frac{1}{8}} + \sqrt[3]{2}$

⑬ $\sqrt[3]{375} - \sqrt[3]{192} - \sqrt[3]{24}$

⑭ $\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{28} - \sqrt[3]{54}$

⑮ $\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{27}$

٣ إذا كانت $1 + \sqrt{2} = \text{ب}$ ، $1 - \sqrt{2} = \text{ج}$

احسب قيمة كل من:

① $(\text{ب} - \text{ج})^2$ ② $(\text{ب} + \text{ج})^2$

٤ اثبت أن

① $\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{54} = \text{صفر}$

② $1 = (\sqrt[3]{6} \times \sqrt[3]{4}) + \sqrt[3]{16} \times \sqrt[3]{54}$

٥ أكمل ما يأتي:

(١) $\sqrt[3]{\frac{4}{25}} \times \sqrt[3]{\frac{2}{5}} = \dots\dots\dots$

(٢) $\sqrt[3]{\frac{2}{9}} \div \sqrt[3]{\frac{3}{4}} = \dots\dots\dots$

(٣) $\sqrt[3]{\dots\dots\dots} = \sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{3}$

(تقييم تراكمي)

السؤال الأول: أفلّ الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

① $\sqrt{2} + \sqrt{2} = \dots\dots\dots$

($\sqrt{2}$ ، ٥ ، ٢ ، $\sqrt{2}$)

② $[3, 4] \cap [5, 6] = [2, 3]$ فإن: $\dots\dots\dots$

(∞ ، ٣ ، ٥ ، ٢)

③ $\sqrt{2} - \sqrt{2} = \dots\dots\dots$

(٢ ، ٣ ، ٢ ، ٣)

السؤال الثاني: أكمل ما يأتي:

① $\dots\dots\dots = \sqrt{28}$

② العدد $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ مرافقه هو: $\dots\dots\dots$

③ المعكوس الجمعي للعدد $\sqrt{2} - 1$ هو $\dots\dots\dots$

④ العدد $\frac{2}{1 - \sqrt{2}}$ مرافقه هو: $\dots\dots\dots$

⑤ مجموع العدد $(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ ومرافقه هو: $\dots\dots\dots$

⑥ حاصل ضرب العدد $(\sqrt{2} - \sqrt{3})$ ومرافقه هو: $\dots\dots\dots$

⑦ المعكوس الضربي للعدد $(\sqrt{2} - \sqrt{3})$ هو: $\dots\dots\dots$

⑧ المعكوس الضربي للعدد $\frac{\sqrt{2}}{6}$ هو $\dots\dots\dots$

⑨ $\frac{1}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots$ ⑩ $\frac{1}{\sqrt{2}} = \dots\dots\dots$

تطبيقات حياتية علي الأعداد الحقيقية

الدرس (10)



ثانياً: متوازي المستطيلات

مساحته الجانبية = محيط القاعدة \times الارتفاع ع

$$2 \times (س + ع) \times ع =$$

مساحته الكلية =

المساحة الجانبية + $2 \times$ مساحة القاعدة

$$2 \times (س \times س + س \times ع + ع \times ع) =$$

حجمه = مساحة القاعدة \times الارتفاع

$$= الطول \times العرض \times الارتفاع$$

$$= س \times س \times ع$$

1 متوازي مستطيلات: سم ٥، سم ٧، سم أوجد

① مساحته الكلية ② مساحته الجانبية ③ حجمه

المساحة الجانبية = محيط القاعدة \times الارتفاع

$$2 \times (س + ع) \times ع = 2 \times (٧ + ٥) \times ٥ = ١٢٠ \text{ سم}^2$$

المساحة الكلية =

$$= ١٢٠ + 2 \times (٧ \times ٥) = ١٩٠ \text{ سم}^2$$

الحجم = س \times س \times ع

$$= ٥ \times ٥ \times ٧ = ١٧٥ \text{ سم}^3$$

2 متوازي المستطيلات أبعاده ٤، ٥، ٦ سم

أوجد ① مساحته الكلية ② حجمه

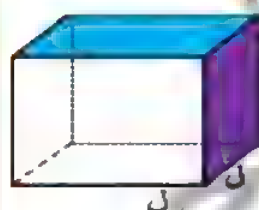
3 أوجد حجم متوازي مستطيلات أبعاده

$$٦ \text{ سم}، ٣ \text{ سم}، ٦ \text{ سم}$$

4 متوازي مستطيلات ارتفاعه ٤ سم وقاعدته

مربعة الشكل طول ضلعها ٦ سم أوجد

① مساحته الكلية ② مساحته الجانبية ③ حجمه



أولاً: المكعب

إذا كان طول حرف المكعب = ل

مساحة كل وجه = ل \times ل وحدة مربعة

مساحته الجانبية =

$$مساحة الوجه = ٤ \times ل = ٤ل^2$$

مساحته الكلية = مساحة الوجه $\times ٦ = ٦ل^2$

حجم المكعب = ل \times ل \times ل وحدة مكعبة

1 مكعب حجمه ٥١٢ سم³

أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية

حجم المكعب = ٥١٢ = ل³

$$ل = \sqrt[3]{٥١٢} = ٨ \text{ سم}$$

المساحة الجانبية =

$$٦ل^2 = ٦ \times ٨^2 = ٣٨٤ \text{ سم}^2$$

المساحة الكلية = ل² $\times ٦ = ٦ \times ٨^2 = ٣٨٤ \text{ سم}^2$

$$٢٨٤ = ٦ \times ٨^2 = ٣٨٤ \text{ سم}^2$$

2 مكعب حجمه ٢٥ سم³

أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية

حجم المكعب = ل³

$$ل = \sqrt[3]{٢٥} \approx ٢.٩٢ \text{ سم}$$

المساحة الجانبية =

$$٦ل^2 = ٦ \times (٢.٩٢)^2 \approx ٥٠.٠٠ \text{ سم}^2$$

المساحة الكلية =

$$٦ل^2 = ٦ \times (٢.٩٢)^2 \approx ٥٠.٠٠ \text{ سم}^2$$

3 مكعب مساحته الجانبية = ١٠٠ سم²

أوجد مساحته الكلية وحجمه

مساحة الوجه الواحد = ١٠٠ $\div ٦ = ١٦.٦٦ \text{ سم}^2$

$$ل = \sqrt{١٦.٦٦} \approx ٤.٠٨ \text{ سم}$$

المساحة الكلية =

$$٦ل^2 = ٦ \times (٤.٠٨)^2 \approx ١٠٠.٠٠ \text{ سم}^2$$

حجم المكعب =

$$ل^3 = (٤.٠٨)^3 \approx ٦٨.٠٠ \text{ سم}^3$$

4 مكعب مجموع أطوال أحرافه ١٢ سم

أحسب حجمه

$$طول حرف المكعب = \frac{١٢}{١٢} = ١ \text{ سم}$$

$$حجم المكعب = ١ \times ١ \times ١ = ١ \text{ سم}^3$$



المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

$$2\pi r \times h =$$

$$\text{المساحة الكلية} = 2\pi r \times h + 2\pi r^2$$

$$= 2\pi r(h+r)$$

$$= \text{المساحة الجانبية} + 2 \times \text{مساحة القاعدة}$$

$$\text{الحجم} = \pi r^2 \times h = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

١ أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم

وطول نصف قطر قاعدتها ١٤ سم أوجد:

مساحتها الجانبية وحجمها

$$\text{المساحة الجانبية} = 2\pi r \times h$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 10 = 880 \text{ سم}^2$$

$$\text{الحجم} = \pi r^2 \times h$$

$$= \frac{22}{7} \times (14)^2 \times 10 = 6160 \text{ سم}^3$$

٢ أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطرها

٣ سم وارتفاعها ٧ سم أوجد حجمها

$$\text{ومساحتها الجانبية والكلية} \quad \left(\frac{22}{7} = \pi \right)$$

٣ أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم وحجمها ١٥٤٠ سم^٣ أوجد مساحتها الكلية

$$\text{الحجم} = 1540 = \pi r^2 \times h$$

$$1540 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 10$$

$$1540 = 10 \times \frac{22}{7} \times r^2$$

$$1540 = 30.8 + 440 = 748 \text{ سم}^2$$

$$1540 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 10$$

$$1540 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 10$$

$$1540 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 10$$

$$1540 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 10$$

$$1540 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 10$$

$$1540 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 10$$

$$1540 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 10$$

$$1540 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 10$$

$$1540 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 10$$

$$1540 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 10$$

$$1540 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 10$$

$$1540 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 10$$

$$\left(\frac{22}{7} = \pi \right) \text{ أو } (3.14)$$

ثالثا: الدائرة

محيط الدائرة = $2\pi r$ وحدة طول

مساحة الدائرة = πr^2 وحدة مساحة

١ دائرة طول نصف قطرها ١٠ سم أوجد مساحتها

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi r^2 \quad (3.14 = \pi)$$

$$= 3.14 \times 100 = 314 \text{ سم}^2$$

٢ دائرة طول نصف قطرها ٥ سم أوجد مساحتها

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi r^2 \quad (3.14 = \pi)$$

$$= 3.14 \times 25 = 78.5 \text{ سم}^2$$

٣ دائرة مساحتها ١٥٤ سم^٢ أوجد محيطها

$$\text{مساحة الدائرة} = 154 = \pi r^2 \quad \left(\frac{22}{7} = \pi \right)$$

$$154 = \frac{22}{7} \times r^2 \quad \Rightarrow \quad 154 = 3.14 \times r^2$$

$$154 = \frac{22}{7} \times r^2 \quad \Rightarrow \quad 49 = \frac{7}{22} \times 154 \quad \Rightarrow \quad 49 = r^2$$

$$\text{محيط الدائرة} = 2\pi r$$

$$= 2 \times 3.14 \times 7 = 43.96 \text{ سم}$$

٤ أوجد محيط دائرة مساحتها ٣٨.٥ سم^٢

$$\left(\frac{22}{7} = \pi \right)$$

٥ دائرة مساحتها ١٦ π سم^٢

أوجد طول نصف قطرها

٦ دائرة محيطها ٨٨ سم أوجد مساحتها

$$\left(\frac{22}{7} = \pi \right)$$

رابعا: الأسطوانة الدائرية القائمة

هي مجسم له قاعدتان متوازيتان ومتطابقتان كل

وهي عبارة عن سطح دائرة، أما السطح الجانبي فهو

سطح منحني يسمى السطوانة

درس (11) حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد في ح

ثانياً: حل المتباينات

خواص علاقة التباين

١. ب، ج أعداد حقيقية وكان $a > b$ فإن

$$a + b > b + b \quad a - b > b - b$$

٢. $a > b$ حيث $(a < 0)$ (متر)

٣. $a < b$ حيث $(a > 0)$ (متر)

لاحظ أن: عند ضرب أو قسمة طرفي المتباينة

في أو على عدد سالب يتغير اتجاه علامة التباين

٤. أوجد في ح مجموعة الحل لكل من التباينات الآتية

ومثلها على خط الأعداد

$$\textcircled{1} \quad 1 + 5 \geq x \quad 5 > 1$$

$$x \geq 6 \quad 6 \geq 0 \quad 6 \geq 0 \quad 6 \geq 0$$



$$\textcircled{2} \quad 2x + 3 < 7$$



$$\textcircled{3} \quad 5 > 1 - x \quad 5 > 1 - x$$

بإضافة ١ إلى طرفي المتباينة

$$1 + 5 > 1 + 1 - x \quad 6 > 2 - x$$

$$6 > 2 - x \quad 6 > 2 - x$$

$$6 > 2 - x \quad 6 > 2 - x$$

$$6 > 2 - x \quad 6 > 2 - x$$



$$\textcircled{4} \quad 1 > 3 - x \quad 1 > 3 - x$$

أولاً: حل المعادلات

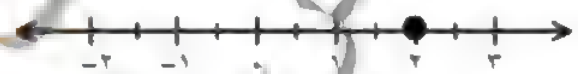
١. أوجد في ح مجموعة حل المعادلات الآتية

ومثل الحل على خط الأعداد

$$\textcircled{1} \quad 2 + 4 = 3x \quad 4 = 2 - x$$

$$6 = 3x \quad 6 = 3x$$

$$2 = x \quad 2 = x$$



$$\textcircled{2} \quad 5x + 6 = 21$$



$$\textcircled{3} \quad 3x = 1 - 2 \quad 3x = 1 - 2$$

$$3x = -1 \quad 3x = -1$$

$$\{3x\} = 0.4 \quad \{3x\} = 0.4$$



$$\textcircled{4} \quad 1 = 2x + 3$$

$$\textcircled{5} \quad 11 = 3 - 2x$$

(الواجب المنزلي)

١ اكمل لتحصل على عبارة صحيحة :

(أ) إذا كان: $5 > 10$ فإن $s > \dots$

(ب) إذا كان: $s - 3 \leq 4$ فإن $s \leq \dots$

(ج) إذا كان: $-2 \leq s$ فإن $s \leq \dots$

(د) إذا كان: $1 - s < 4$ فإن $s \dots$

(هـ) إذا كان: $\sqrt{s} \leq 4$ فإن $s \dots$

(١) إذا كان: $2 = s$ فإن $8 = s \dots$

(٢) إذا كان: $3 = s$ فإن $9 = \frac{s}{3} \dots$

(٣) إذا كان: $\sqrt{s} = 6$ فإن $s = \dots$

(٤) إذا كنت: $1 - \dots \geq s > 4$ فإن:

س \Rightarrow للفترة

٢ اوجد في ح مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية

ومثلها على خط الأعداد

① $2 = s - 3$ ② $\sqrt{s} + 1 = 3$

③ $2 = s - 7$ ④ $5 = s - 1$

٣ اوجد في ح مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية

ومثلها على خط الأعداد

① $s + 3 \geq 7$ ② $5 - s \geq 2$

③ $5 \leq s$ ④ $5 + s \geq 7 - s$

⑤ $5 > s - 3$ ⑥ $1 \geq 1$

⑦ $1 > s - 2$ ⑧ $9 \geq s$

⑨ $s + 3 \geq 5 - 1$ ⑩ $s + 1 > 1$

⑪ $s + 3 \geq 3 - s$ ⑫ $s + 1 \geq 1$

⑬ $5 - s > 3 - 2$ ⑭ $9 - s > 3 - s$

⑮ $7 < s - 2$

⑤ $5 > 3 - 2$ س ٩ (بإضافة - ٣)

$3 - 5 > 2 - 3$ س $2 - 9 \geq 2 - 9$

$\frac{2}{2} > \frac{2}{2}$ س $\frac{2}{2} \geq \frac{6}{2}$ (بإضافة - ٢)

تعكس اتجاه علامة المتباين لأننا قسمنا على عدد سالب

$1 < s \leq 3 - 3 = 0$ م $[-3, 1]$

⑥ $3 > 3 - 2$ س $13 > 13$

⑦ $3 + s \geq 5$ س $5 \geq 5 - 1$ س $9 + s$

بإضافة - ٣

$9 > 1 - 2$ س $9 > 1$

$\frac{6}{4} > \frac{2}{4}$ س $\frac{10}{4} > \frac{6}{4}$ (بإضافة - ٢)

$3 > s > 5$ م $[3, 5]$

⑧ $s + 3 \geq 5 - 1$ س $11 > s$

⑨ $\sqrt{s} + 1 \geq 3$

السؤال الأول: اكمل ما يأتي: (إختبار علي الوحدة الأولى)

- ① حجم الكرة التي طول نصف قطرها ٣ سم = π سم^٣ ⑧ $|3,1-|-|3,1-| = \dots\dots\dots$
- ② إناء على شكل مكعب سعته ٨ لترات يكون طول حرفه الداخلي = سم
- ③ أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها = ٦ سم ، حجمها = π سم^٣ نه^٢ يكون ارتفاعها = سم.
- ④ مجموعة الحل في المعادلة $س^٢ + ٩ = ٠$ هي ⑨ $\sqrt{٥٤} - \sqrt{٢٢} = \dots\dots\dots$
- ⑤ = $-٢١ + ٢١$ ⑩ إذا كان: $\sqrt{٣}س = ٦$ فإن: س = ⑪ إذا كانت $س^٢ = ٦٤$ فإن: $\sqrt{س} = \dots\dots\dots$
- ⑥ = $٥ - ٢$ ⑫ كل عدد نسبي هو عدد ⑬ إذا كانت: $١ - س \geq ٠$ فإن: س \in الفترة

السؤال الثاني: أذكر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

- ① أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ٥ سم ومساحة قاعدتها ٣ π سم^٢ فإن حجمها = سم^٣
- ② إذا كانت مساحة كرة = π سم^٢ فإن طول قطرها = سم
- ③ صندوق طوله ٥ سم وعرضه ٣ سم وارتفاعه ٢ سم فإن مساحته الجانبية = سم^٢
- ④ دائرة محيطها ٣٦ π سم فإن طول نصف قطرها = سم
- ⑤ = $\sqrt{١٦} - \sqrt{٢٢}$ ⑥ = $\sqrt{٥} + \sqrt{٢}$
- ⑦ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ⑧ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ⑨ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ⑩ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ⑪ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ⑫ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ⑬ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ⑭ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ⑮ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ⑯ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ⑰ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ⑱ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ⑲ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ⑳ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ㉑ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ㉒ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ㉓ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ㉔ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ㉕ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ㉖ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ㉗ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ㉘ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ㉙ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ㉚ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ㉛ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ㉜ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ㉝ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ㉞ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ㉟ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ㊱ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ㊲ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ㊳ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ㊴ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ㊵ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ㊶ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ㊷ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ㊸ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ㊹ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ㊺ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ㊻ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ㊼ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ㊽ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$
- ㊾ = $\sqrt{٢٢} - \sqrt{٥٤}$ ㊿ = $\sqrt{٢٢} + \sqrt{٥٤}$

السؤال الثالث:

① اختصر: $\sqrt{١٢٨} - \sqrt{٥٤} + \sqrt{١٦}$

② أوجد في ح مجموعة حل المعادلة $س + \sqrt{٢} = ١$ ومثل الحل على خط الأعداد

السؤال الرابع:

① إذا كانت $٢ + \sqrt{٣} = ١$ ، ب = $\frac{1}{\sqrt{٢} + \sqrt{٣}}$ ثابتان ، ب مترافقان

② اكتب كلاً من الأعداد $\frac{١٥}{٢\sqrt{٢}}$ ، $\frac{٥}{\sqrt{٢}}$ ، $\frac{٦}{\sqrt{٢}}$ بحيث يكون المقام عدداً صحيحاً

السؤال الخامس:

① إذا كانت $س = \sqrt{٢} + \sqrt{٥}$ ، $ص = \sqrt{٢} - \sqrt{٥}$ أوجد في أبسط صورة قيمة المقدار: $\frac{س + ص}{س - ص}$

② كرة من المعدن طول نصف قطرها ٦ سم صهرت وحولت إلى أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٦ سم . احسب ارتفاع الأسطوانة .

الوحدة الثانية

الدرس (1)

العلاقة بين متغيرين

العلاقة بين متغيرين: هي معادلة أو علاقة بين متغيرين.

① تكون بين متغيرين x و y وتكون على الصورة

$y = ax + b$ حيث a ، b ثابتان و x متغير.

تسمى علاقة خطية بين المتغيرين x و y .

② لتمثيل العلاقة خطية بين المتغيرين x و y نستخدم

و افترض قيم x من عندك وعوض بها في العلاقة

أوجد ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة

$y = x + 3$

نخلى x لـ y لوحدتها: $y = x + 3$

نضع $x = 1$ $y = 1 + 3 = 4$

∴ (1, 4) يحقق العلاقة

نضع $x = 2$ $y = 2 + 3 = 5$

∴ (2, 5) يحقق العلاقة

نضع $x = 3$ $y = 3 + 3 = 6$

∴ (3, 6) يحقق العلاقة

الأزواج المرتبة
(1, 4)
(2, 5)
(3, 6)

س	1	2	3
ص	4	5	6

أوجد ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة

$y = x - 2$

نخلى x لـ y لوحدتها: $y = x - 2$

$y = x - 2$ $x = 1$ $y = 1 - 2 = -1$

نضع $x = 1$ $y = 1 - 2 = -1$

∴ (1, -1) يحقق العلاقة

نضع $x = 2$ $y = 2 - 2 = 0$

∴ (2, 0) يحقق العلاقة

نضع $x = 3$ $y = 3 - 2 = 1$

∴ (3, 1) يحقق العلاقة

س	1	2	3
ص	-1	0	1

أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق العلاقة:

$y = x - 3$ الأزواج المرتبة

(1, -2)

(2, -1)

(3, 0)

س	1	2	3
ص	-2	-1	0

④ إذا كان (2, 3) يحقق العلاقة $y = x - 2$ $x = 2$ $y = 2 - 2 = 0$

فلوجد قيمة x

من الزوج (2, 3) نأخذ $x = 2$ $y = 3$

ونعوض في العلاقة $y = x - 2$ $x = 2$ $y = 3$

∴ $3 = 2 - 2$ $3 = 0$ $x = 2$ $y = 3$

∴ $3 = 2 - 2$ $3 = 0$ $x = 2$ $y = 3$

⑤ إذا كان الزوج (2, 3) يحقق العلاقة

$y = x - 2$ $x = 2$ $y = 3$ أوجد قيمة x

⑥ إذا كان الزوج (2, 3) يحقق العلاقة

$y = x + 3$ $x = 2$ $y = 3$ أوجد قيمة x

⑦ بين أي من الأزواج التالية يحقق العلاقة

$y = x - 3$

(1, 2), (2, 1), (3, 4), (4, 5)

بالتعويض بالزوج (2, 1) في العلاقة

$y = x - 3$ $x = 2$ $y = 1$

$1 = 2 - 3$ $1 = -1$ $x = 2$ $y = 1$

∴ الزوج (2, 1) لا يحقق العلاقة

لاحظ أن:

لإيجاد نقطة التقاطع مع محور السينات نضع $y = 0$

لإيجاد نقطة التقاطع مع محور الصادات نضع $x = 0$

⑧ إذا كانت $y = x + 3$ $x = 2$ $y = 3$

فلوجد نقط تقاطع المستقيم مع محور السينات والصادات

لإيجاد نقطة التقاطع مع محور السينات نضع $y = 0$

$0 = x + 3$ $x = -3$ $y = 0$

∴ نقطة التقاطع مع محور السينات هي (-3, 0)

لإيجاد نقطة التقاطع مع محور الصادات نضع $x = 0$

$y = 0 + 3 = 3$ $x = 0$ $y = 3$

∴ نقطة التقاطع مع محور الصادات هي (0, 3)

∴ نقطة التقاطع مع محور الصادات هي (0, 3)

(الواجب المنزلي)

١ أوجد ثلاث أزواج مرتبة تحقق العلاقة

① $س + ص = ٣$ ④ $ص = ٠$

② $س + ص = ١$ ⑤ $س - ١ = ٠$

③ $ص - س = ٠$ ⑥ $س + ٢ = ص = ٤$

٢ مثل بيانيا كلا من العلاقات الآتية

① $س + ص = ٢$ ④ $ص - س = ٠$

② $س - ص = ٣$ ⑤ $ص = ٤$

③ $ص - ٢ = س = ٠$ ⑥ $س - ٣ = ٠$

٣ أكمل ما يأتي:

(١) إذا كان $(٠, ١)$ يحقق العلاقة .

$٣ - س + ص = ٧$ فإن $ك =$

(٢) إذا كان $(٢, ٠)$ يحقق العلاقة .

$٣ - س - ص + ج = ٠$ فإن $ج =$

(٣) العلاقة $٣ - س + ٨ = ص = ٢٤$ يمثلها مستقيم

يقطع محور الصادات في النقطة

يقطع محور السينات في النقطة

(٤) إذا كان $(ك, ٢)$ يحقق العلاقة

$٣٠ = س + ص$ فإن $ك =$

٤ أكمل ما يأتي:

① إذا كان $(٢, ٣)$ يحقق العلاقة $ك - س - ص = ١$ فإن $ك =$

② إذا كان $(ك, ١)$ يحقق العلاقة $٢ - س - ص = ٣$ فإن $ك =$

③ إذا كان $(ك, ٢)$ يحقق العلاقة $س + ٣ = ص = ١٤$ فإن $ك =$

④ إذا كان $(٢, ٢)$ يحقق علاقة $س + ب = ص = ٤$ فإن $ب =$

⑤ العلاقة $س = ٣$ يمثلها بيانيا مستقيم يوازي محور

⑥ العلاقة $ص = ٢$ يمثلها بيانيا مستقيم يوازي محور

⑦ العلاقة $ص = ٥$ يمثلها بيانيا محور

⑧ المستقيم الممثل للعلاقة $٢ = س + ص$: يقطع

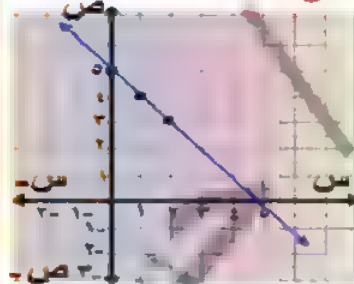
محور السينات في $(٠, ٤)$ ويقطع محور الصادات في $(٤, ٠)$

⑨ المستقيم الممثل للعلاقة $٤ = س + ص$ يقطع محور السينات في $(٠, ٤)$

⑩ نقطة تقاطع المستقيمين الممثلين للمعادلتين $س = ٣$ ، $ص = ٢$ هي

التمثيل البياني للعلاقة الخطية

١ مثل بيانيا العلاقة $س + ص = ٥$



س	٠	١	٢
ص	٥	٤	٣

المستقيم يقطع محور السينات في $(٥, ٠)$

الصادات في $(٠, ٥)$

٢ مثل بيانيا العلاقة

$٢ - س - ص = ١$

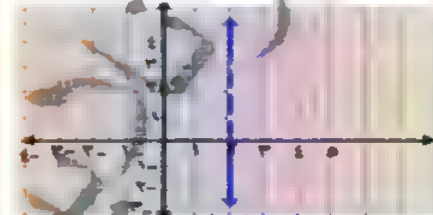
نحلي الص لحددها

$ص - ١ = ٢ - س$

$ص = ١ - ٢ + س$

س	١	٢	٣
ص			

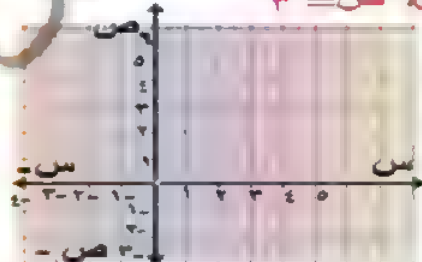
٣ مثل بيانيا العلاقة $س = ٢$



س	٢	٢	٢
ص	١	٢	٣

المستقيم يوازي محور الصادات

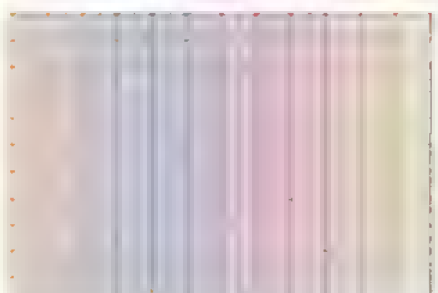
٤ مثل بيانيا العلاقة $ص = ٣$



س			
ص			

المستقيم يوازي

٥ مثل بيانيا العلاقة $ص - ٢ = س$



س			
ص			

المستقيم يمر
.....
(٤)

① المستقيم الممثل للعلاقة $س + ب = ص$ يقطع

محور السينات في $(٠, ٤)$ ويقطع محور الصادات في $(٠, ٣)$

② العلاقة $س + ب = ص = ٠$ يمثلها بيانيا مستقيم يمر بنقطة الأصل

③ العلاقة $س = ٤$ يمثلها بيانيا مستقيم يوازي محور الصادات

④ العلاقة $ص = ٤$ يمثلها بيانيا مستقيم يوازي محور السينات

الدوران (2، 3) ميل الخط المستقيم تطبيقات حياتية

٢ اثبت أن النقط أ = (٢، ١) ، ب = (٤، ٢) تقع على استقامة واحدة

$$\text{ميل أ ب} = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{2-1}{4-2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ميل ب ج} = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{4-2}{8-4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

ميل أ ب = ميل ب ج

∴ أ ، ب ، ج تقع على استقامة واحدة

٣ اثبت أن النقط أ = (٢، ١) ، ب = (٣، ١) ، ج = (٠، ٥) تقع على استقامة واحدة

$$\text{ميل أ ب} = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{1-1}{3-2} = 0$$

$$\text{ميل ب ج} = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{1-1}{0-3} = 0$$

ميل = ميل

∴ أ ، ب ، ج تقع على استقامة واحدة

٤ إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (٤، ٥) ص

، (١، ٥) يساوى ٣ فاوجد قيمة ص

$$\text{الميل} = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{5-5}{1-4} = \frac{0}{-3} = 0$$

$$\frac{5-5}{1-4} = 3 \quad \therefore 5-5 = 3 \times (-3) = -9 \quad \therefore 5-5 = -9$$

$$5-5 = -9 \quad \therefore 5-5 = -9 \quad \therefore 5-5 = -9$$

إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين

(٣، ١) ، (٥، ٥) يساوى ٢ أوجد قيمة ص

٦ إذا كانت النقط أ = (٢، ١) ، ب = (١، ٣) ج = (٧، ٥) تقع على استقامة واحدة أوجد قيمة ك

ج = (٧، ٥) تقع على استقامة واحدة أوجد قيمة ك

٧ إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (١، ٥) ص

ص (ك، ٩) يوازي محور الصادات احسب قيمة ك

ميل المستقيم المار بالنقطتين (١، ٥) ، (٣، ٥) ص

$$\text{ميل المستقيم} = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{5-5}{3-1} = \frac{0}{2} = 0$$

١ أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين

$$\text{① } (٤، ٥) ، (٥، ٧)$$

$$\text{الميل} = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}} = \frac{7-5}{5-4} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\text{② } (١، ٢) ، (٣، ٥)$$

$$\text{الميل} = \frac{5-2}{3-1} = \frac{3}{2}$$

$$\text{③ } (١، ٣) ، (٢، ١)$$

$$\text{الميل} = \frac{1-3}{2-1} = \frac{-2}{1} = -2$$

$$\text{④ } (١، ٣) ، (٣، ١)$$

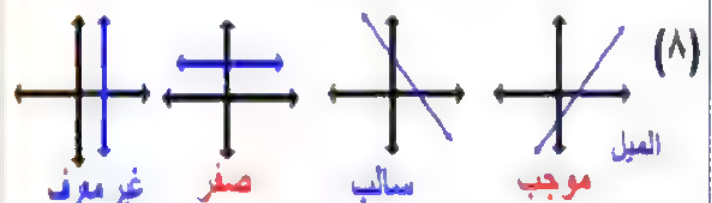
$$\text{الميل} = \frac{1-3}{3-1} = \frac{-2}{2} = -1$$

لاحظ أن :

- (١) ميل أى مستقيم // محور السينات
- (٢) ميل أى مستقيم ⊥ محور الصادات = صفر
- (٣) ميل أى مستقيم أفقى
- (٤) ميل أى مستقيم // محور الصادات
- (٥) ميل أى مستقيم ⊥ محور السينات غير معرف
- (٦) ميل أى مستقيم رأسى

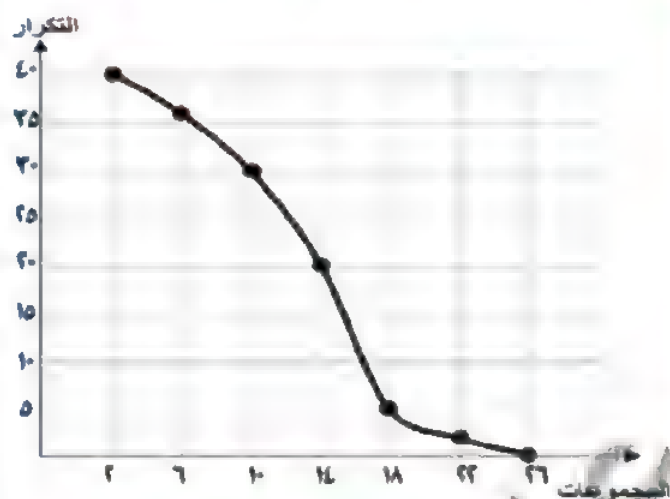
(٧) لإثبات أن النقط أ ، ب ، ج تقع على استقامة

واحدة نثبت أن: ميل أ ب = ميل ب ج



الوحدة الثالثة 1 الدرس (201)

الجدول التكراري المتجمع الصاعد والمتجمع الهابط (النازل) وتمثيلهما بيانيا



كون الجدولين التكراريين المتجمعين الصاعد والنازل للتوزيع التكراري الذي تم مثلها بيانياً :

المجموعات	2	6	10	14	18	22	المجموع
التكرار	2	3	10	10	6	4	40

الجدول التكراري المتجمع الصاعد

الحدود العليا للمجموعات	تكرار متجمع صاعد
أقل من 2	صفر
أقل من 6	4
أقل من 10	
أقل من 14	
أقل من 18	
أقل من 22	
أقل من 26	

الجدول التكراري المتجمع النازل

الحدود السفلى للمجموعات	تكرار متجمع نازل
2 فأكثر	40
6 فأكثر	36
10 فأكثر	

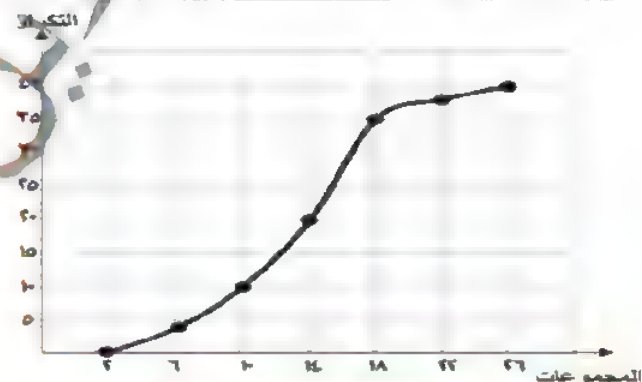
مثل بيانها بنفسك :

أولاً : الجدول التكراري المتجمع الصاعد

1 من الجدول التالي كون الجدول التكراري المتجمع الصاعد وارسم المنحنى المتجمع الصاعد

المجموعات	2	6	10	14	18	22	المجموع
التكرار	4	6	10	10	3	2	40

الحدود العليا للمجموعات	التكرار الصاعد
أقل من 2	صفر
أقل من 6	صفر + 4 = 4
أقل من 10	4 + 6 = 10
أقل من 14	10 + 10 = 20
أقل من 18	20 + 10 = 30
أقل من 22	30 + 3 = 33
أقل من 26	33 + 2 = 35



ثانياً : الجدول التكراري المتجمع الهابط :

2 من الجدول التالي كون الجدول التكراري المتجمع الهابط وارسم المنحنى المتجمع الهابط (النازل)

المجموعات	2	6	10	14	18	22	المجموع
التكرار	4	6	10	10	3	2	40

الحدود السفلى للمجموعات	التكرار النازل
2 فأكثر	40
6 فأكثر	36
10 فأكثر	30
14 فأكثر	20
18 فأكثر	10
22 فأكثر	2
26 فأكثر	صفر

الوسيط

الدرس (4)

أولاً: الوسيط لمجموعة من القيم

الوسيط لمجموعة من البيانات

هو القيمة التي تقع في وسط المجموعة تماماً عند ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً

أوجد الوسيط لمجموعة القيم

$$① \quad 6, 2, 8, 5, 10$$

$$\text{الترتيب} \quad 10, 8, 6, 5, 2$$

$$\text{ترتيب الوسيط} = \text{الثالث} \leftarrow \text{الوسيط} = 6$$

$$② \quad 5, 10, 4, 8, 1, 6, 2$$

$$③ \quad 10, 4, 8, 1, 6, 2$$

$$\text{الترتيب} \quad 10, 8, 6, 4, 2, 1$$

$$\text{ترتيب الوسيط} = \text{الثالث، الرابع} \leftarrow \text{الوسيط} = \frac{6+4}{2} = 5$$

$$④ \quad 6, 3, 9, 4, 8, 1$$

⑤ إذا كان ترتيب الوسيط هو الرابع فإن عدد القيم = 9

⑥ إذا كان عدد القيم 9 فإن ترتيب الوسيط هو

ثانياً: الوسيط للتوزيع التكراري

أوجد الوسيط للتوزيع التكراري الآتي:

المجموع	2	6	10	14	18	22	24	المجموع
التكرار	6	9	12	10	5	3	1	60

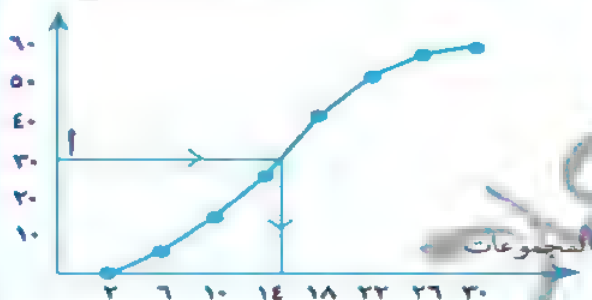
① ترسم منحنى صاعد أو هابط (ما لم يحدد)

② نحسب ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{2}$

③ من الرسم نحسب الوسيط من الخط الأفقي

الحدود العليا للمجموعات	التكرار الصاعد
أقل من 2	صفر
أقل من 6	6
أقل من 10	10
أقل من 14	27
أقل من 18	42
أقل من 22	52
أقل من 26	57
أقل من 30	60

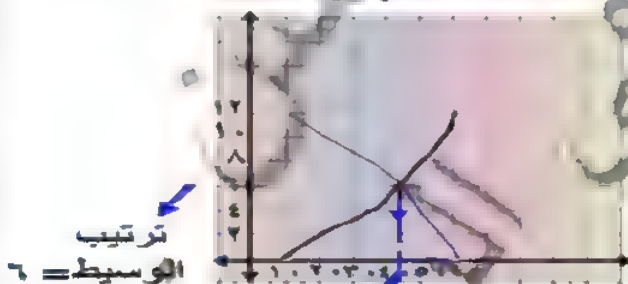
التكرار المتجمع الصاعد



$$\text{نوجد ترتيب الوسيط} = \frac{60}{2} = 30$$

من الرسم الوسيط = 14,8 من الدرجة

نقطة تقاطع المنحنيين المتجمعة الصاعد والمتجمع النازل تعين على المحور الأفقي الوسيط وتعين على المحور الرأس ترتيب الوسيط



$$\text{الوسيط} \approx 4.4$$

(الواجب المنزلي)

أوجد الوسيط للتوزيع التكراري الآتي:

المجموع	2	4	10	18	26	36	42	48	54
التكرار	2	4	10	18	10	8	6	4	2

مستخدماً جدول التكرار المتجمع الصاعد

المجموع	5	15	35	55	75	95	115
التكرار	18	10	23	30	12	12	12

أوجد قيمة س، ك ثم أوجد الوسيط

مستخدماً جدول التكرار المتجمع النازل

(الواجب المنزلي)

١ من الجدول التالي ذي المجموعات المتساوية في المدى :

المجموعات	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
التكرار	٦	٥	١٠	٣	٢	٢٠

أوجد : (١) قيمة كل من س ، ك (٢) الدرجة المتوسطة للطلاب

٢ فيما يلي التوزيع التكراري للحدائق الأسبوعي لعدد ١٠٠ عامل في أحد المصانع .

الحدائق	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠
العدد	١٠	٤	٢٢	٢٦	٢٠	٨

(١) احسب قيمة ك . (٢) **أوجد** الوسط الحسابي لهذا التوزيع

(٣) **أوجد** القيمة المتوسطة للحدائق الأسبوعي باستخدام المدة التكراري

(إختبار علي الوحدة الثالثة)

السؤال الأول : أذكر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

(١) الوسيط لمجموعة القيم ٣٤ ، ٢٣ ، ٢٥ ، ٤٠ ، ٢٢ ، ٤ هو

(٢٤ ، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٥)

(٢) إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ٤ والحد الأعلى لها هو ٨

فإن مركزها هو (٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨)

(٣) إذا كان الوسط الحسابي للقيم ٢٧ ، ٨ ، ١٦ ، ٢٤ ، ٦ ، ٤ هو ١٤

فإن ك تساوي (٣ ، ٦ ، ٢٧ ، ٨٤)

(٤) إذا كان المتوسط لمجموعة القيم ٥ ، ٩ ، ٥ ، ٥ ، ٩ ، ٩ هو ٩

فإن س تساوي (٥ ، ٥٧ ، ٩ ، ١١)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

(١) إذا كان الوسط الحسابي للقيم ٩ ، ٦ ، ٥ ، ١٤ ، ٥ ، ٧ فإن ك

تساوي

(٢) المتوسط للقيم ٣ ، ٥ ، ٤ ، ٥ ، ٢ ، ٥ هو

(٣) الوسط الحسابي لمجموعة القيم ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٢ ، ٣ هو

السؤال الثالث :

(١) **أوجد** الوسط الحسابي للتوزيع التكراري الآتي :

المجموعات	-١	-٣	-٥	-٧	-٩	المجموع
التكرار	٤	٦	٨	٧	٥	٣٠

(٢) **أوجد** الوسيط للتوزيع الآتي :

المجموعات	-٤	-٨	-١٢	-١٦	المجموع
التكرار	٥	١٥	٣٠	٤٠	١٠

المنوال

الدرس (5)

أولا : المنوال لمجموعة من القيم

المنوال لمجموعة من البيانات

هو القيمة الأكثر شيوعاً (تكراراً) في المجموعة

أوجد المنوال لمجموعة القيم

(١) ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٧ ، ٢٠ ← **المنوال** = ٣

(٢) ٢ ، ٥ ، ٤ ، ٥ ، ٧ ، ٥ ، ٧ ← **المنوال** = ٥

(٣) إذا كان المنوال للقيم ٣ ، ٤ ، ٤ ، ٦ ، ٣

هو ٣ فإن ٦ =

(٤) إذا كان المنوال للقيم ٥ ، ٧ ، ٣ ، ٤ ، ١ ، ٤

هو ٧ فإن ٤ =

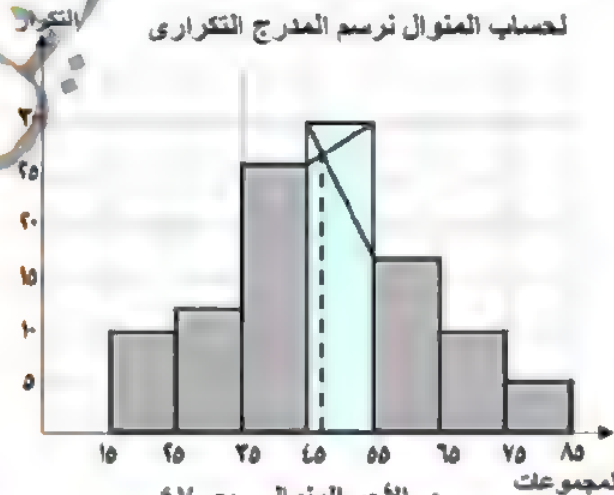
ثانياً : المنوال للتوزيع التكراري

٢ الجدول التالي يبين الأجر الأسبوعي لعمال أحد المصانع :

الأجر	-١٥	-٢٥	-٣٥	-٤٥	-٥٥	-٦٥	-٧٥
عدد العمال	١٠	١٢	٢٦	٣٠	١٧	١٠	٥

احسب الأجر المتوال

لحساب المنوال نرسم المدرج التكراري

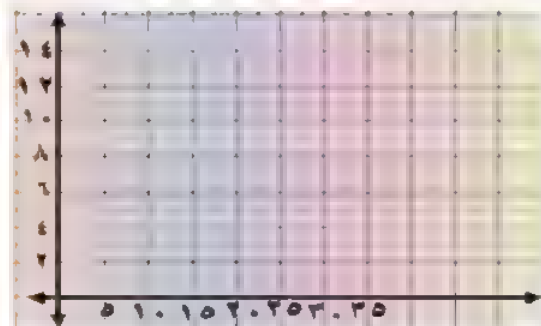


∴ الأجر المتوال = ٤٧

٣ أوجد المنوال لمجموعة القيم

المجموعات	-٥	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	-٣٠
التكرار	٥	٨	١٤	١٠	٦	٣

المنوال



السؤال الأول: أكمل مكان النقط: اختيار (1) علي الجبر والإحصاء

- ١- الوسط الحسابي للقيم : ٤ ، ٣ ، ٥ ، ٢ ، ٦ يساوى $[-3 ، 3] \cup \{4 ، 3\} = \dots$
- ٢- ميل المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٢) ، (٥ ، ٢) = -٥ مرافق العدد $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ هو
- ٤- إذا كان حجم مكعب هو ٢٧ سم^٣ فإن مساحته الكلية تساوى سم^٢.

السؤال الثاني: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :-

- ١- إذا كان حجم كرة $= \frac{4}{3} \pi \text{ سم}^3$ فإن طول قطرها يساوى (١ سم ، ٢ سم ، ٣ سم ، ٤ سم)
- ٢- الوسيط لمجموعة القيم : ٦ ، ٢ ، ٩ ، ٧ ، ٥ هو فإن س = (٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧)
- ٣- المعكوس الجمعي للعدد (١-) هو (١ ، صفر ، -١ ، لا يوجد)
- ٤- إذا كان المنوال لمجموعة القيم : ٥ ، ٩ ، ٥ ، س ، ٢ ، ٩ هو
فإن س تساوى (٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١)
- ٥- مجموعة حل المعادلة : $\sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - 3$ هي ($\sqrt{3}$ ، $\sqrt{3} - 2$ ، ٣ ، $\sqrt{3} - 3$)

السؤال الثالث:

- (١) أوجد مجموعة حل المتباينة : $3 \leq 4 + 10 \leq 10$ في ح مع تمثيل الحل على خط الأعداد
- (ب) اختصر لأبسط صورة : $5\sqrt{2} + 18\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$

السؤال الرابع:

- (١) إذا كانت : $\sqrt{3} + \sqrt{5} = س$ ، $\sqrt{3} - \sqrt{5} = ص$ ،
فأوجد قيمة : $س^2 + ٢سص + ص^2$

- (ب) متوازي مستطيلات أبعاده ٢ سم ، ٣ سم ، ٤ سم
أوجد حجمه ومساحته الجانبية .

السؤال الخامس:

- (١) ارسم بيانيا العلاقة الخطية : $ص = س + ٢$

- (ب) أوجد الوسط الحسابي للتوزيع التكرارى الآتى :

المجموعات	٥-	١٥-	٢٥-	٣٥-	٤٥-	المجموع
التكرار	٤	٥	٦	٣	٢	٢٠

اختبار (2) علي الجبر والإحصاء

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابان المعطاة:-

- ١- مكعب حجمه ٦٤ سم^٣ تكون مساحته الجانبية سم^٢.
 (أ) ٦٤ (ب) ١٦ (ج) ٣٢ (د) ٤
- ٢- ميل المستقيم اطار بالنقطتين (١، ٣) ، (٥، ٢) يساوي
 (أ) $\frac{5}{4}$ (ب) $\frac{4}{5}$ (ج) $\frac{3}{4}$ (د) $\frac{4}{3}$
- ٣- $(\sqrt{9} - \sqrt{25}) + (\sqrt{9} - \sqrt{25}) = \dots\dots\dots$
 (أ) ٩ (ب) ٥ (ج) ٣ (د) ١
- ٤- إذا كان : ٤ = س فإن : س =
 (أ) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{3}{2}$ (ج) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{3}{2}$
- ٥- $(\sqrt{5} + \sqrt{7})(\sqrt{5} - \sqrt{7}) = \dots\dots\dots$
 (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤
- ٦- $\sqrt{12} - \sqrt{3} = \dots\dots\dots$
 (أ) $\sqrt{9}$ (ب) $\sqrt{12}$ (ج) ٣ (د) $\sqrt{13}$

السؤال الثاني: أكمل مكان النقط :

- ١- اثنوا للقيم : ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٤ هو
 (أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٣
- ٢- في العلاقة : ص = ٣ + س إذا كان : س = ١ فإن : ص =
 (أ) ٤ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١
- ٣- متوازي مستطيلات أبعاده ١٠ ، ٥ ، ٢ فإن حجمه = سم^٣.
- ٤- كرة مساحتها π سم^٢ فإن طول نصف قطرها يساوي سم.

السؤال الثالث :

(أ) اختصر لأبسط صورة : $\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{50}$ (ب) اسطوانة دائرية قائمة حجمها ١٥٤ سم^٣ وارتفاعها ١٠ سم احسب طول قطرها

السؤال الرابع :

(أ) إذا كان : س = $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ ، ص = $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ اوجد قيمة : $\frac{س + ص}{س - ص}$

(ب) إذا كان : س = [- ٣ ، ١] ، ص = [١ ، ٥] اوجد :

(٢) س ∩ ص

(١) س ∪ ص

السؤال الخامس :

(أ) اوجد ثلاثة حلول للعلاقة : ص = ٢س - ١ ثم مثلها بيانياً .

(ب) الجدول الآتي يبين التوزيع التكراري لدرجات ٢٠ تلميذ في امتحان أحد الشهور :

التردد	٤	٥	٦	٣	٢	٤٥	المجموع
الدرجات	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠

(١) أوجد الوسيط.

(٢) ارسم المدرج التكراري ومنه أوجد المنوال

الصفحة الثاني الإعدادي

جلسلة التمييز

خامساً :

الكهنة ستة

الوحدة الرابعة

الوحدة الخامسة

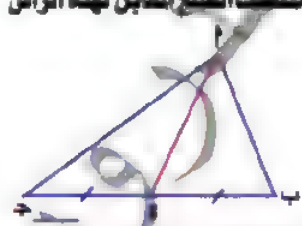
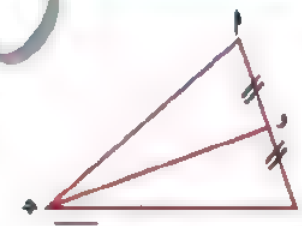
الوحدة الرابعة

الدرس (1)

متوسطات المثلث

متوسط المثلث

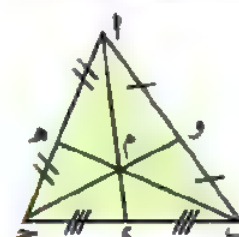
هو القطعة المستقيمة الواصلة بين أي رأس من رؤوس المثلث إلى منتصف الضلع المقابل لهذه الرأس

إذا كان \overline{AM} منتصف \overline{BC} فان \overline{AM} يسمى متوسطإذا كان \overline{AM} منتصف \overline{BC} فان \overline{AM} يسمى متوسطفي المثلث $\triangle ABC$ فان \overline{AM} ، \overline{BM} ، \overline{CM} تسمى متوسطات المثلثإذا كان \overline{AM} ومنتصف \overline{BC} فان \overline{AM} يسمى متوسط

أي مثلث له ثلاثة متوسطات

نظرية: (١)

متوسطات المثلث تقاطع جميعا في نقطة واحدة

في $\triangle ABC$ إذا كانت \overline{AM} منتصف \overline{BC} \overline{BM} منتصف \overline{AC} \overline{CM} ومنتصف \overline{AB} فإن \overline{AM} ، \overline{BM} ، \overline{CM} تقاطع في نقطة واحدة وتسمى النقطة M بنقطة تقاطع متوسطات المثلثأي أن: $\overline{AM} \cap \overline{BM} \cap \overline{CM} = \{M\}$

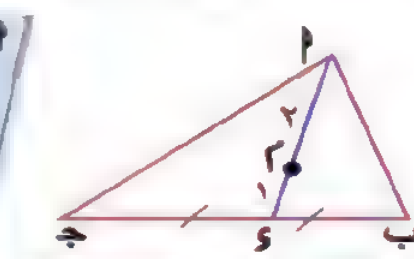
نظرية: (٢)

نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها

بنسبة ٢ : ١ من جهة القاعدة، ونسبة ١ : ٢ من جهة الرأس.

إذا كان \overline{AM} متوسط في $\triangle ABC$ ، M نقطة تقاطع متوسطات المثلث فإن:

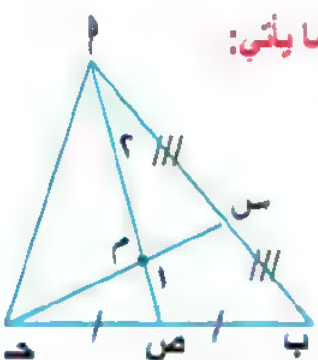
$$\overline{AM} : \overline{MC} = 2 : 1$$



$$\overline{AM} : \overline{MC} = 2 : 1$$

$$\overline{AM} : \overline{MC} = 2 : 1$$

من الشكل المقابل أكمل ما يأتي:



$$(١) \text{ سم } \overline{AM} = \frac{1}{2} \text{ سم } \overline{BC}$$

$$(٢) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(٣) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(٤) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(٥) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(٦) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(٧) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(٨) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(٩) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(١٠) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(١١) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(١٢) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(١٣) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(١٤) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(١٥) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(١٦) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(١٧) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(١٨) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(١٩) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(٢٠) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(٢١) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(٢٢) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(٢٣) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(٢٤) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(٢٥) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(٢٦) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(٢٧) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(٢٨) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

$$(٢٩) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

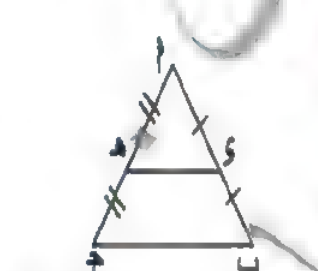
$$(٣٠) \text{ سم } \overline{AM} = \text{سم } \overline{BC}$$

في الشكل المقابل

ع، ه منتصفا \overline{AB} ، \overline{AC}

ب م = سم، ب ج = سم

ع ج = سم

إوجد محيط $\triangle ECH$ إذا كان \overline{AM} ومنتصف \overline{BC} ، \overline{AM} فإن: $\overline{AM} : \overline{MC} = 2 : 1$ فإن: $\overline{AM} : \overline{MC} = 2 : 1$ فإن: $\overline{AM} : \overline{MC} = 2 : 1$ فإن: $\overline{AM} : \overline{MC} = 2 : 1$ فإن: $\overline{AM} : \overline{MC} = 2 : 1$ فإن: $\overline{AM} : \overline{MC} = 2 : 1$ فإن: $\overline{AM} : \overline{MC} = 2 : 1$ فإن: $\overline{AM} : \overline{MC} = 2 : 1$

البرهان

١. ع منتصف \overline{AB} ، ج د متوسط

$$\therefore م = ٤ = \frac{1}{2} \times ٨ = ٤ \text{ سم} \quad \therefore م = ٤$$

٢. ه منتصف \overline{AC} ، ج د متوسط

$$\therefore م = ٣ = \frac{1}{2} \times ٦ = ٣ \text{ سم} \quad \therefore م = ٣$$

٣. ع منتصف \overline{AB} ، ه منتصف \overline{AC}

$$\therefore م = ٥ = \frac{1}{2} \times ١٠ = ٥ \text{ سم} \quad \therefore م = ٥$$

$$\therefore \text{محيط } \triangle م ه ع = م + م + م = ٥ + ٥ + ٥ = ١٥ \text{ سم}$$

$$\therefore ١٢ = ٥ + ٣ + ٤ =$$

٤ في الشكل المقابل

د ، ه منتصفا \overline{AB} ، ج د

$$\text{ب ه} = ٩ \text{ سم} ، م ج = ٤ \text{ سم}$$

$$\text{ب ج} = ١٢ \text{ سم}$$

أوجد محيط $\triangle م د ه$

البرهان



٥ في الشكل المقابل

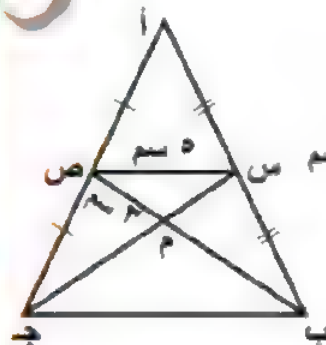
س ، ص منتصفا \overline{AB} ، ج د

$$\text{م ص} = ٢ \text{ سم} ، س ج = ١٢ \text{ سم}$$

$$\text{م ص} = ٥ \text{ سم}$$

أوجد محيط $\triangle م ب ج$

البرهان



٦. س ، ص منتصفا \overline{AB} ، ج د

$$\therefore \text{ب ج} = ٢ \text{ سم} \quad \therefore \text{ب ج} = ٢ \text{ سم}$$

٦ في الشكل المقابل

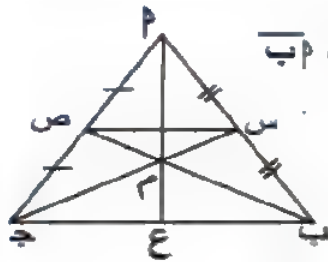
$\triangle م ب ج$ فيه س منتصف \overline{AB}

س ص // ب ج

اثبت أن

ع منتصف ب ج

البرهان



٧. س منتصف \overline{AB} ، س ص // ب ج

٨. ص منتصف \overline{AC} ، ب ج

٩. س منتصف \overline{AB} ، ج د متوسط

١٠. ب ص منتصف \overline{AC} ، ج د متوسط

١١. ج د ، ب ص متوسطان تقاطعا في م

١٢. م هي نقطة تقاطع متوسطات المثلث

١٣. ع منتصف للمثلث ، ع منتصف \overline{AB} ج د

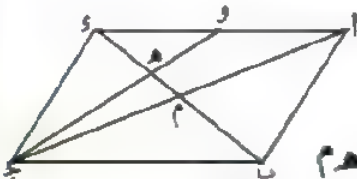
١٤ في الشكل المقابل

أ ب ج د متوازي أضلاع

تقاطع قطراه في م

$$\text{ه} \equiv \text{م} \text{ حيث } \text{ه ه} = ٢ \text{ سم}$$

اثبت أن: أ و = و د البرهان

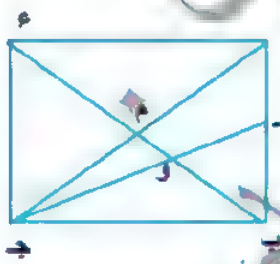


١٥ في الشكل المقابل

أ ب ج د مستطيل تقاطع قطراه

في م ، ه منتصف \overline{AB}

ج د ه ب = ع و = { و }



(١) اثبت أن و نقطة تقاطع متوسطات $\triangle م ب ج$

(٢) إذا كان: ب و = ٤ سم أوجد طول أ م البرهان

١٦. ه منتصف \overline{AB} ، ج د متوسط في $\triangle م ب ج$

١٧. م منتصف \overline{AC} ، ج د (القطران ينصف كلا منهما الآخر)

١٨. ب م متوسط في $\triangle م ب ج$ ، ج د ه ب = م و = { و }

١٩. و نقطة تقاطع متوسطات $\triangle م ب ج$

$$\therefore \text{ب و} = ٤ \text{ سم} \quad \therefore \text{و م} = ٢ \text{ سم} \quad \therefore \text{ب م} = ٦ \text{ سم}$$

في المستطيل القطران متساويان وينصف كلا منهما الآخر

$$\therefore \text{أ م} = \text{ب م} = ٦ \text{ سم}$$

نتيجة: في المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية 30° يساوي نصف طول الوتر



إذا كان Δ ب ج قائم الزاوية في ب

$$\text{و } (\hat{ج}) = 30^\circ$$

$$\text{فان: } ب = \frac{1}{2} ا$$

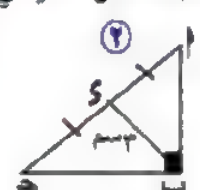
مثال: إذا كان ب ج = ٨ سم فإن: ب = ٤ سم

إذا كان ب ج = ٦ سم فإن: ب = ٣ سم

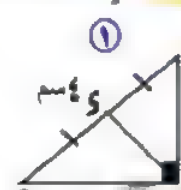
في الشكل المقابل أكمل ما يأتي:



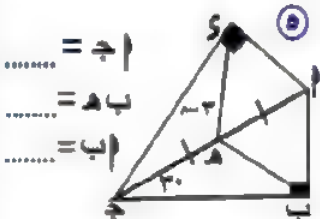
$$\text{و } (\hat{ب ج}) = \dots\dots\dots$$



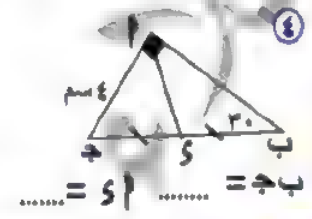
$$\text{ب ج} = \dots\dots\dots$$



$$\text{ب ج} = \dots\dots\dots$$



$$\text{ب ج} = \dots\dots\dots$$



$$\text{ب ج} = \dots\dots\dots$$

في الشكل المقابل

أ ب ج Δ قائم في ب

$$\text{أ ج} = ١٠ \text{ سم، و } (\hat{أ}) = 30^\circ$$

د نصف أ ج

أوجد محيط Δ أ ب د

البرهان

ب ج متوسط خارج من الزاوية القائمة $\therefore ب ج = \frac{1}{2} ا$

$$\therefore ب ج = ٥ \text{ سم} \quad \text{و } (\hat{أ}) = 30^\circ \quad \therefore (\hat{ب ج}) = 30^\circ$$

$$\therefore ب ج = ٥ \text{ سم} \quad \therefore ب ج = ٥ \text{ سم} \quad \therefore ب ج = ٥ \text{ سم}$$

$$\therefore ب ج = ٥ \text{ سم} \quad \therefore ب ج = ٥ \text{ سم} \quad \therefore ب ج = ٥ \text{ سم}$$

$$\therefore \text{محيط } \Delta \text{ أ ب د} = ٥ + ٥ + ٥ = ١٥ \text{ سم}$$

في الشكل المقابل



$$\text{و } (\hat{ب ج}) = 30^\circ$$

$$\text{و } (\hat{ج}) = 30^\circ \quad \therefore ب ج = ٥ \text{ سم}$$

احسب محيط Δ ب ج د

الدرس (2) متوسط المثلث القائم

نظرية (٢) في المثلث القائم طول المتوسط الخارج من رأس القائمة يساوي نصف طول الوتر

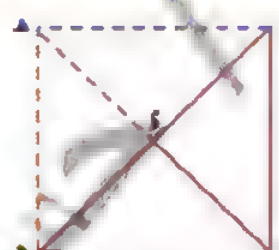
المعطيات: أ ب ج مثلث

$$\text{و } (\hat{ب}) = 90^\circ$$

ب ج متوسط في Δ أ ب ج

المطلوب: إثبات أنه

$$ب ج = \frac{1}{2} ا$$



العمل: نرسم ب ج ونأخذ نقطة د \Rightarrow ب ج يقطع ب ج د \Rightarrow د ه

البرهان: \therefore الشكل أ ب ج د ه فيه أ ج د ه يقطع ب ج د ه \therefore ب ج يقطع ب ج د ه \therefore ب ج يقطع ب ج د ه

$$\therefore \text{و } (\hat{ب}) = 90^\circ$$

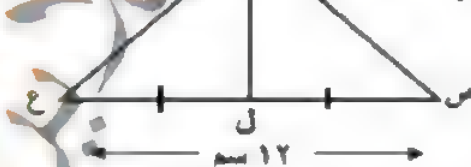
\therefore الشكل أ ب ج د ه متوازي أضلاع

\therefore الشكل أ ب ج د ه مستطيل

$$\therefore ب ج = د ه \quad \therefore ب ج = \frac{1}{2} ا \quad \therefore ب ج = \frac{1}{2} ا$$

في الشكل المقابل

أكمل ما يأتي:



$$\text{①} \quad \text{ب ج} = \dots\dots\dots$$

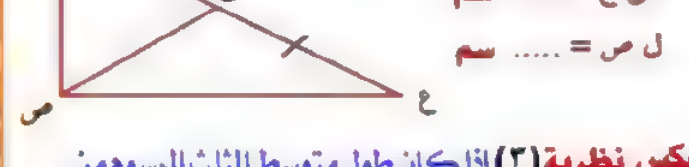
$$\text{ب ج} = \dots\dots\dots$$

$$\text{ب ج} = \dots\dots\dots$$



$$\text{②} \quad \text{ب ج} = \dots\dots\dots$$

$$\text{ب ج} = \dots\dots\dots$$



$$\text{③} \quad \text{ب ج} = \dots\dots\dots$$

$$\text{ب ج} = \dots\dots\dots$$

مكس نظرية (٢) إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوي نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس

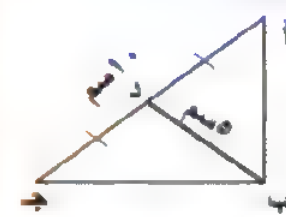
فإن زاوية هذا الرأس تكون قائمة

لإثبات أن الزاوية قائمة

إذا كان Δ أ ب ج فيه

$$ب ج متوسط \quad \therefore ب ج = \frac{1}{2} ا$$

$$\therefore \text{و } (\hat{ب}) = 90^\circ$$



(الواجب المنزلي)

1 في الشكل المقابل
 $AB = AC$ ، $AD \perp BC$
 اثبت ان:

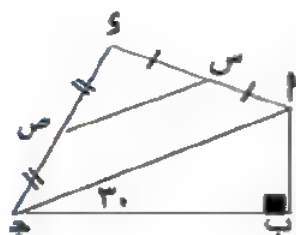
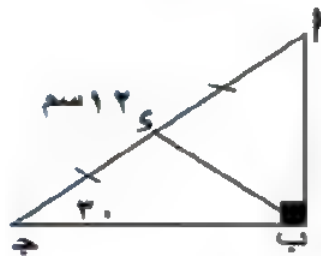
و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

2 في الشكل المقابل
 AD منتصف BC

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

احسب محيط $\triangle ABC$



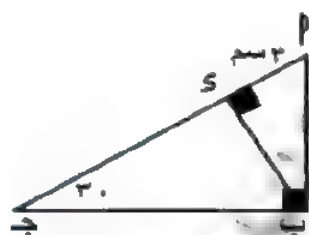
3 في الشكل المقابل

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

اثبت ان $AD \perp BC$ هو



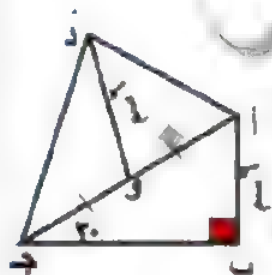
4 في الشكل المقابل

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

احسب طول AD ، AB ، AC



5 في الشكل المقابل

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

اثبت ان: $AD \perp BC$ ، $\angle B = \angle C$

6 في الشكل المقابل

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

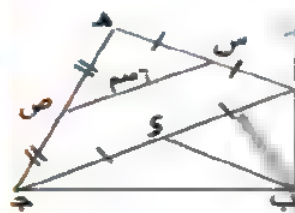
و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

اثبت ان: $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

في الشكل المقابل

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$
 و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$
 و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

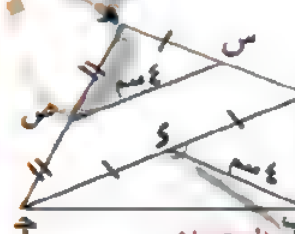
اوجد طول AD ، AB ، AC

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

في الشكل المقابل

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

و. $\angle B = \angle C$ ، $\angle ADB = \angle ADC$

(تقديم تبراكمي علي متوسطات المثلث)

السؤال الأول : أكمل ما يأتي :

- ① هو القطعة المستقيمة الواصلة بين أي رأس من رؤوس المثلث الي منتصف الضلع المقابل لهذه الرأس
- ② متوسطات المثلث تتقاطع جميعا في عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية =
- ③ طول وتر المثلث القائم الزاوية يساوي ضعف طول الخارج من رأس
- ④ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة : من جهة الرأس
- ⑤ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلا منها بنسبة ٢ : من جهة القاعدة
- ⑥ Δ أ ب ج قائم الزاوية في ب فيه أ ب = $\frac{1}{2}$ أ ج فيكون \angle () =
- ⑦ النقطة التي تقسم متوسط المثلث بنسبة ٢ : ١ من جهة القاعدة هي
- ⑧ إذا كان س م متوسط في Δ أ ب ج ، م نقطة تقاطع متوسطات المثلث ، س م = ١٢ سم فإن س م = سم
- ⑨ إذا كان س م متوسط في Δ أ ب ج ، م نقطة تقاطع متوسطات المثلث ، س م = ٤ سم فإن س م = سم
- ⑩ إذا كان س م متوسط في Δ أ ب ج ، م نقطة تقاطع متوسطات المثلث ، س م = ٦ سم فإن س م = سم
- ⑪ في المثلث القائم طول المتوسط الخارج من رأس القائمة يساوي
- ⑫ إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوي نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس فإن زاوية هذا الرأس تكون
- ⑬ في المثلث القائم الزاوية طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠ يساوي
- ⑭ طول الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠
- ⑮ أ ب ج مثلث قائم الزاوية في ب ، \angle (ج) = ٣٠ ، أ ج = ١٢ سم فإن طول ب ج = سم

السؤال الثاني : أذكر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

- ① طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠ في المثلث القائم الزاوية يساوي طول الوتر (ربع ، ثلث ، نصف ، ضعف)
- ② طول وتر المثلث القائم يساوي طول المتوسط الخارج من رأس القائمة (نصف ، ضعف ، ثلث ، ربع)
- ③ Δ أ ب ج قائم الزاوية في ب ، \angle (أ) = ٦٠ ، أ ب = ٨ سم فإن أ ج = سم (٤ ، ٨ ، ٦ ، ٢)
- ④ Δ أ ب ج فيه أ م متوسط ، م نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب ج ، أ م = ٤ سم س م (نصف ، ضعف ، ثلث ، ربع)
- ⑤ Δ أ ب ج قائم الزاوية في ب فيه أ ب = $\frac{1}{2}$ أ ج فيكون \angle (أ) = (٩٠ ، ٨٠ ، ٦٠ ، ٣٠)

السؤال الثالث : في الشكل المقابل أكمل :

①

ب ج = سم

و (أ ب) = سم

ج و = سم

②

ب ج = سم

أ ب = سم

ب ج = سم

③

أ م = سم

د م = سم

م ج = سم

④

ب و = سم

م ج = سم

م هـ = سم

الدرس (3) المثلث المتساوي الساقين نظرية (1)

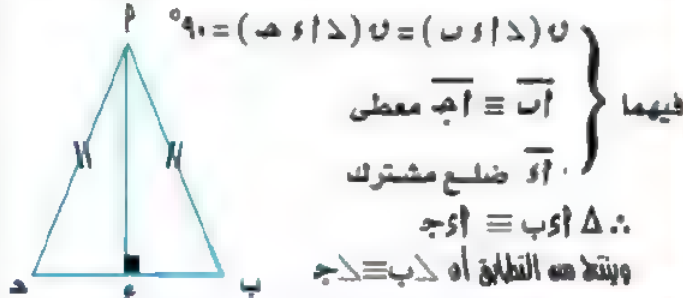
زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين متطابقتان

المعطيات: Δ $AB = AC$ فيه $\angle B = \angle C$

المطلوب: إثبات أن: $\angle B = \angle C$

العمل: نرسم $AD \perp BC$

البرهان: $\Delta ADB = \Delta ADC$ $\therefore \angle B = \angle C$ قلما الزاوية فيهما



نتيجة: المثلث متساوي الأضلاع Δ زواياه الثلاثة

متطابقة وقياس كل منها 60°

في الشكل المقابل:

$\angle B = \angle C$ فيه $AB = AC$

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C$

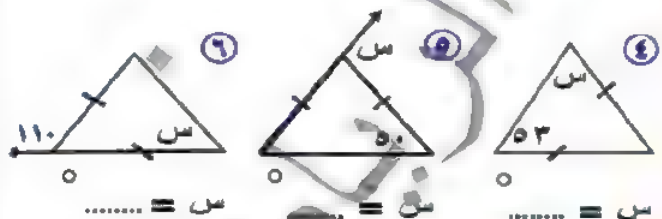
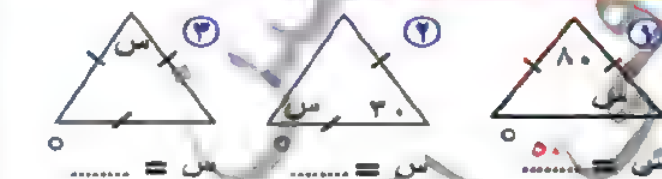
$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

تذكر: قياس أي زاوية خارجة للمثلث تساوي مجموع قياسي

الزاويتين الداخليتين عدا المجاورة لها

قياس الزاوية الخارجة من المثلث المتساوي الأضلاع $= 120^\circ$

في الشكل المقابل أوجد قيمة x



في الشكل المقابل

$\angle A = 30^\circ$

$\angle B = \angle C$ $\therefore \angle B = \angle C = 75^\circ$

أوجد قياسات زوايا ΔABC

البرهان

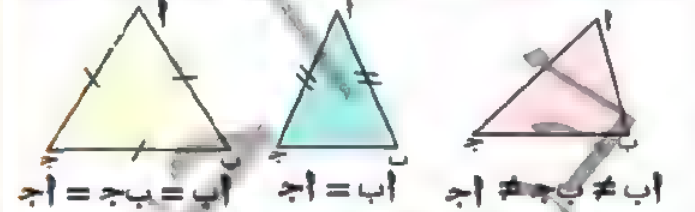
$\therefore \angle B = \angle C$

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 30^\circ$ بالتساوي

$\therefore \angle B = \angle C$ $\therefore \angle B = \angle C = 75^\circ$

$75^\circ = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2}$

علمت أن المثلثات تصنف حسب أطوال أضلاعها إلى ثلاثة أنواع
مثلث مختلف الأضلاع مثلث متساوي الساقين مثلث متساوي الأضلاع



يمكن تصنيف المثلث بالنسبة لقياسات زواياه أي:

① مثلث حادة الزاوية ويكون فيه جميع زواياه حادة

② مثلث قائم الزاوية ويكون فيه إحدى زواياه قائمة

③ مثلث منفرج الزاوية ويكون فيه إحدى زواياه منفرجة

المثلث المتساوي الساقين

يسمى مثلث متساوي الساقين لأن فيه ضلعان

ومتطابقان (متساويان في الطول)

فمثلاً: في الشكل المقابل:

إذا كان ΔABC مثلث متساوي الساقين فإن

① $AB = AC$ $\angle B = \angle C$ $\angle A$ $\angle B$ $\angle C$

② $\angle B = \angle C$ $\angle A$ $\angle B$ $\angle C$ زاوية قاعدة المثلث

③ $\angle A$ $\angle B$ $\angle C$ زاوية رأس المثلث

فأهـ : القاعدة BC

④ $\angle A$ $\angle B$ $\angle C$ زاوية رأس المثلث

في كل شكل من الأشكال الآتية حدد زاويتي القاعدة وزاوية الرأس:

(1) $\angle A = 30^\circ$ $\angle B = 40^\circ$ $\angle C = 50^\circ$

(2) $\angle A = 30^\circ$ $\angle B = 40^\circ$ $\angle C = 50^\circ$

(3) $\angle A = 30^\circ$ $\angle B = 40^\circ$ $\angle C = 50^\circ$

(4) $\angle A = 30^\circ$ $\angle B = 40^\circ$ $\angle C = 50^\circ$

(5) $\angle A = 30^\circ$ $\angle B = 40^\circ$ $\angle C = 50^\circ$

(6) $\angle A = 30^\circ$ $\angle B = 40^\circ$ $\angle C = 50^\circ$

(7) $\angle A = 30^\circ$ $\angle B = 40^\circ$ $\angle C = 50^\circ$

(8) $\angle A = 30^\circ$ $\angle B = 40^\circ$ $\angle C = 50^\circ$

(9) $\angle A = 30^\circ$ $\angle B = 40^\circ$ $\angle C = 50^\circ$

(10) $\angle A = 30^\circ$ $\angle B = 40^\circ$ $\angle C = 50^\circ$

ملاحظات على ما سبق:

① كل من زاويتي القاعدة في المثلث المتساوي الساقين حادة

② زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين حادة

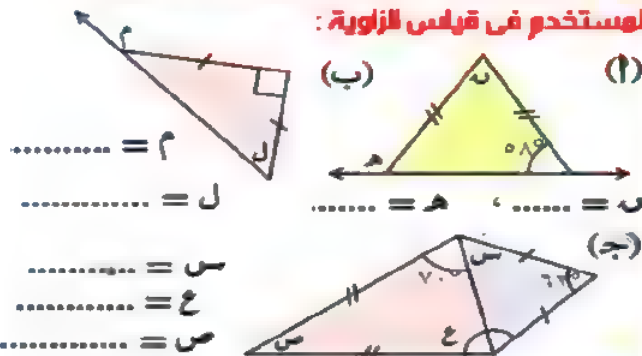
الممكنة أن تكون حادة أو قائمة أو منفرجة

③ قد يكون المثلث المتساوي الساقين منفرج الزاوية أو

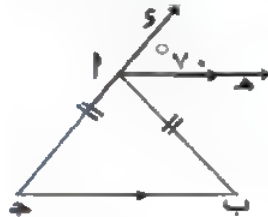
قائم الزاوية أو حاد الزوايا

(الواجب المنزلي)

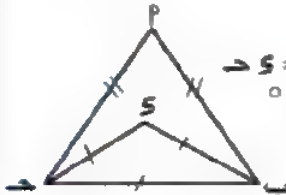
1 في كل من التشكال التالية أوجد قيمة الزاوية المستخدمة في قياس الزاوية:

**2 في الشكل المقابل**

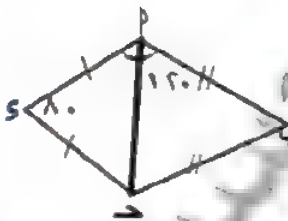
$\angle P = \angle B$
 $\angle P \parallel \angle B$
 أوجد

**3 في الشكل المقابل**

$\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 أوجد : $\angle P$ ، $\angle B$ ، $\angle S$ ، $\angle D$

**4 في الشكل المقابل**

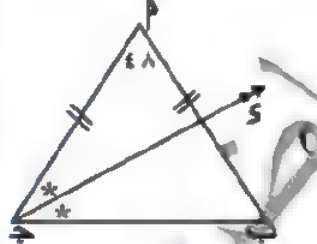
$\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 أوجد : $\angle P$ ، $\angle B$ ، $\angle S$ ، $\angle D$

**5 في الشكل المقابل**

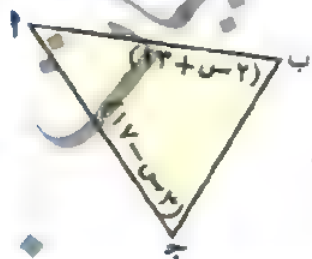
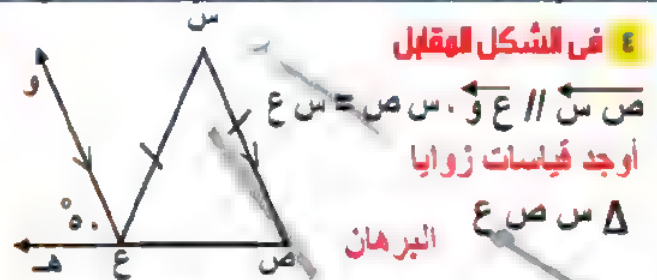
$\angle P = \angle B$

**6 في الشكل المقابل**

$\angle P = \angle B$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 أوجد : $\angle P$ ، $\angle B$ ، $\angle S$ ، $\angle D$

**7 في الشكل المقابل**

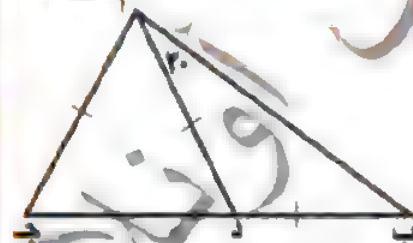
$\angle P = \angle B$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 أوجد : قياسات زوايا $\triangle PBD$

**4 في الشكل المقابل**

البرهان

5 في الشكل المقابل

$\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 أوجد : $\angle P$ ، $\angle B$ ، $\angle S$ ، $\angle D$



البرهان

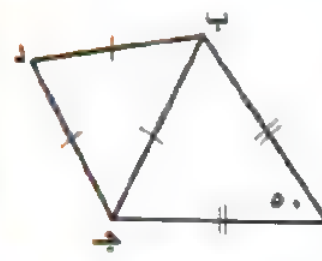
في $\triangle PBD$

$\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 أوجد : $\angle P$ ، $\angle B$ ، $\angle S$ ، $\angle D$

$\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 أوجد : $\angle P$ ، $\angle B$ ، $\angle S$ ، $\angle D$

6 في الشكل المقابل

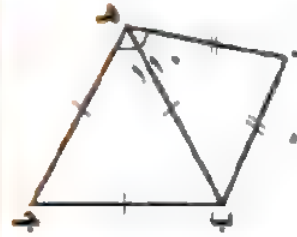
$\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 أوجد : $\angle P$ ، $\angle B$ ، $\angle S$ ، $\angle D$



البرهان

7 في الشكل المقابل

$\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 $\angle P = \angle B$ ، $\angle S = \angle D$
 أوجد : $\angle P$ ، $\angle B$ ، $\angle S$ ، $\angle D$



البرهان

الدرس (4) عكس نظرية المثلث المتساوي الساقين

عكس النظرية :

إذا تطابقت زاويتان في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونان متطابقين ويكون المثلث متساوي الساقين

إذا كان $\angle ب = \angle ج$ مثلث فيه

$$\angle ب = \angle ج \Rightarrow \angle ب = \angle ج$$

فإن $أب = أ ج$

وبالتالي المثلث $أ ب ج$ متساوي الساقين

نتيجة (١)

إذا تطابقت زوايا مثلث فإنه يكون متساوي الأضلاع

في $\Delta أ ب ج$

$$\text{إذا كان } \angle ب = \angle ج = \angle أ \Rightarrow \angle ب = \angle ج = \angle أ$$

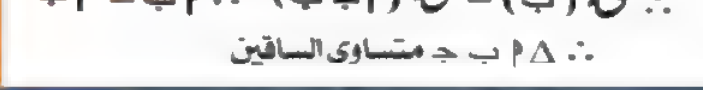
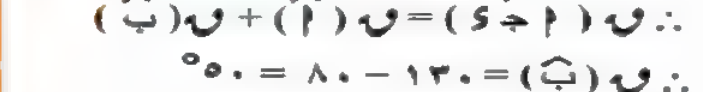
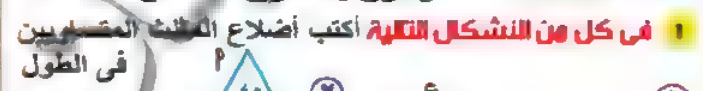
$$\angle ب = \angle ج = \angle أ = 60^\circ$$

فإن $أب = أ ج = ب ج$

وبلوه $\Delta أ ب ج$ متساوي الأضلاع

نتيجة (٢) المثلث المتساوي الساقين الذي قياس إحدى زواياه 60° يكون متساوي الأضلاع

في كل من الشكل التكملة أكتب أضلاع المثلث المتساويين في الطول



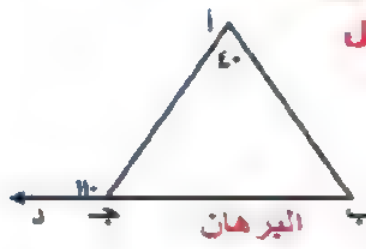
٣ في الشكل المقابل

$$\angle أ = 40^\circ$$

$$\angle ب = 110^\circ$$

اثبت أن $\Delta أ ب ج$

متساوي الساقين



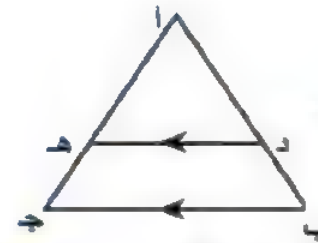
٤ في الشكل المقابل

$$أب = أ ج , د ه // ب ج$$

اثبت أن $\Delta أ د ه$ متساوي

الساقين

البرهان



$$\angle أ = 40^\circ$$

$$\angle ب = 110^\circ$$

$$\angle ج = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

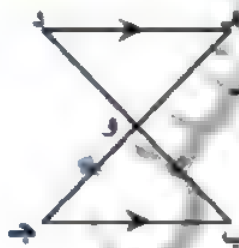
٥ في الشكل المقابل

$$أب = أ ج , د ه // ب ج$$

اثبت أن $\Delta أ د ه$

متساوي الساقين

البرهان



٦ في الشكل المقابل

$$أب = أ ج$$

$$د ه // ب ج$$

$$د ه // ب ج$$

$$د ه // ب ج$$

$$د ه // ب ج$$

$$د ه // ب ج$$

$$د ه // ب ج$$

$$د ه // ب ج$$

$$د ه // ب ج$$

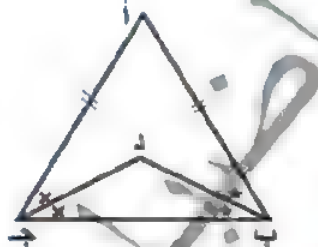
$$د ه // ب ج$$

$$د ه // ب ج$$

$$د ه // ب ج$$

$$د ه // ب ج$$

$$د ه // ب ج$$



$$\angle أ = 40^\circ$$

$$\angle ب = 110^\circ$$

$$\angle ج = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

$$\angle أ د ه = 40^\circ$$

$$\angle د ه = 110^\circ$$

$$\angle أ د ه = 30^\circ$$

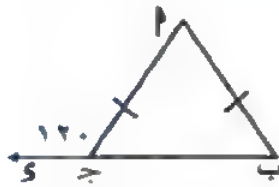
$$\angle د ه = 40^\circ$$

$$\angle أ د ه = 110^\circ$$

$$\angle د ه = 30^\circ$$

أكمل ما يأتي: (الواجب المنزلي)

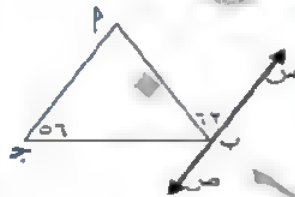
- ١ إذا تطابقت زوايا مثلث فبها يكون الأضلاع
- ٢ Δ س ص ج متساوي الساقين فيه \angle س = 100° فإن \angle ص =
- ٣ إذا كان قياسا زاويتين في مثلث هما 80° ، 50° فإن المثلث يكون
- ٤ قياس الزاوية الخارجة في المثلث المتساوي الأضلاع تساوي
- ٥ للمثلث المتساوي الساقين الذي قياس إحدى زواياه 60° يكون
- ٦ مثلث Δ ج فيه \angle ب = \angle ج ، فإن \angle س =
- ٧ إذا كان قياس زاوية رأس مثلث متساوي الساقين 80° فإن قياس كل زاوية من زاويتي قاعدته =
- ٨ المثلث القائم الزاوية التي قياس إحدى زواياه يكون متساوي الساقين
- ٩ مثلث Δ ج فيه \angle ب = \angle ج ، فإن \angle س = 90° فإذا كان محيطه = 18 سم فإن Δ ج = سم

٢ في الشكل المقابل:

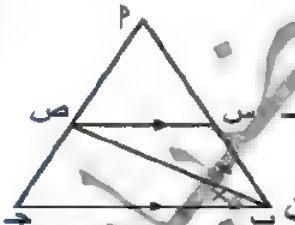
Δ \angle س = \angle ج
 \angle س = 120°
اثبت أن
 Δ \angle س ج متساوي الأضلاع

٣ في الشكل المقابل:

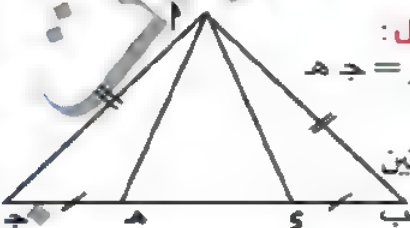
Δ \angle س ج متساوي الأضلاع
 \angle س = 40°
 \angle ج = 100°
اثبت أن
 Δ \angle س ج متساوي الساقين

٤ في الشكل المقابل:

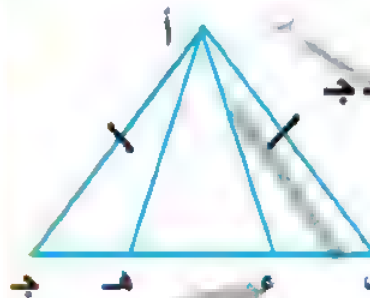
Δ \angle س ج متساوي الساقين
 \angle س = 62°
 \angle ج = 56°
اثبت أن
 Δ \angle س ج متساوي الأضلاع

٥ في الشكل المقابل:

Δ \angle س ج متساوي الأضلاع
 \angle س = 62°
 \angle ج = 56°
اثبت أن
 Δ \angle س ج متساوي الساقين

٦ في الشكل المقابل:

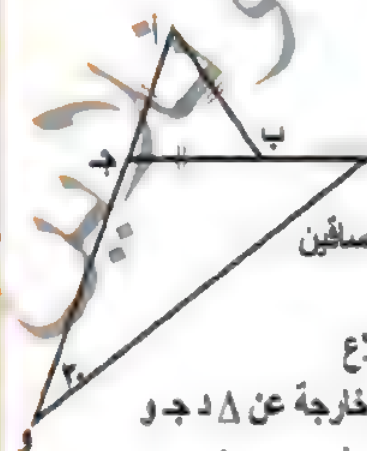
Δ \angle س ج متساوي الساقين
 \angle س = 62°
 \angle ج = 56°
اثبت أن
 Δ \angle س ج متساوي الأضلاع

٧ في الشكل المقابل

Δ \angle س ج متساوي الأضلاع
 \angle س = 100°
 \angle ج = 50°
اثبت أن
 Δ \angle س ج متساوي الساقين

البرهان

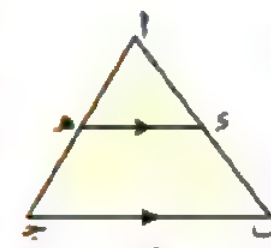
Δ \angle س ج متساوي الأضلاع
 \angle س = 100°
 \angle ج = 50°
اثبت أن
 Δ \angle س ج متساوي الساقين

٨ في الشكل المقابل

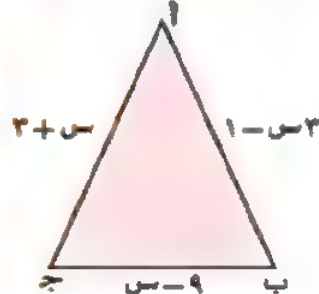
Δ \angle س ج متساوي الأضلاع
 \angle س = 100°
 \angle ج = 50°
اثبت أن
 Δ \angle س ج متساوي الساقين

البرهان

Δ \angle س ج متساوي الأضلاع
 \angle س = 100°
 \angle ج = 50°
اثبت أن
 Δ \angle س ج متساوي الساقين

٩ في الشكل المقابل

Δ \angle س ج متساوي الأضلاع
 \angle س = 100°
 \angle ج = 50°
اثبت أن
 Δ \angle س ج متساوي الساقين

١٠ في الشكل المقابل

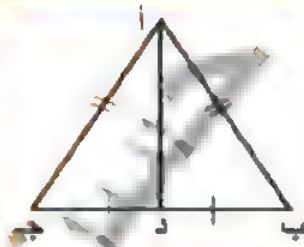
Δ \angle س ج متساوي الأضلاع
 \angle س = 100°
 \angle ج = 50°
اثبت أن
 Δ \angle س ج متساوي الساقين

الدرس (5) نتائج علي نظريات المثلث المتساوي الساقين

نتيجة: (١)

وتوسط المثلث المتساوي الساقين المرسوم من الرأس ينصف زاوية الرأس ويكون عمودياً على القاعدة

في الشكل المقابل



متوسط

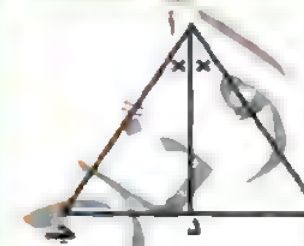
أد ينصف د أ

أد ⊥ ب ج

نتيجة: (٢)

ونصف زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين ينصف القاعدة ويكون عمودياً عليهما

في الشكل المقابل



أد ينصف د أ

أد ينصف ب ج

أد ⊥ ب ج

نتيجة: (٣)

المستقيم المرسوم من رأس المثلث المتساوي الساقين عمودياً على القاعدة ينصف كلاً من القاعدة وزاوية الرأس

في الشكل المقابل

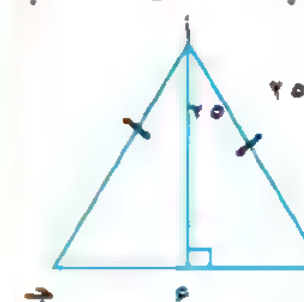


أد ⊥ ب ج

أد ينصف ب ج

أد ينصف د أ

في الشكل المقابل:



أب = أج ، ق (ب أ ع) = ٢٥

أع ⊥ ب ج ، ب ج = ٦ سم

أوجد: (١) طول ع ج

(٢) ق (أ ج ب)

البرهان

أب = أج ، أع ⊥ ب ج

∴ أع متوسط ∴ ب ج = ٦ سم

أع ينصف (ب أ ج)

∴ ق (ب أ ع) = ق (ج أ ع) = ٢٥

∴ مجموع قياسات زوايا Δ أ ب ج = ١٨٠

∴ ق (ج) = ١٨٠ - [٢٥ + ٢٥] = ١٣٠

في الشكل المقابل:



أب = أج ، أد ⊥ ب ج

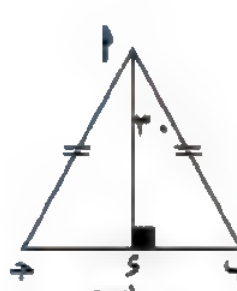
ق (ب أ ج) = ٤٠ ∴ ب ج = ٤ سم

أوجد: (١) طول ع ج

(٢) ق (د أ ج)

البرهان

في الشكل المقابل:



أب = أج ، ب ج ⊥ د ج

ق (ب ج د) = ٢٠ ∴

ب ج = ١٠ سم

اثبت أن Δ ب ج د متساوي الاضلاع

أوجد: (١) طول د ج ، ب ج

(٢) مساحة Δ ب ج د

البرهان

∴ أب = أج ، ب ج ⊥ د ج ∴ د ج ينصف (ب ج)

∴ د ج = (ب ج) / ٢ = ١٠ / ٢ = ٥ سم

∴ د ج = (ب ج) / ٢ = ١٠ / ٢ = ٥ سم

∴ د ج = ٥ سم

∴ د ج = ٥ سم

∴ د ج = ٥ سم

∴ د ج = ٥ سم

∴ د ج = ٥ سم

∴ د ج = ٥ سم

∴ د ج = ٥ سم

∴ د ج = ٥ سم

∴ د ج = ٥ سم

∴ د ج = ٥ سم

∴ د ج = ٥ سم

∴ د ج = ٥ سم

∴ د ج = ٥ سم

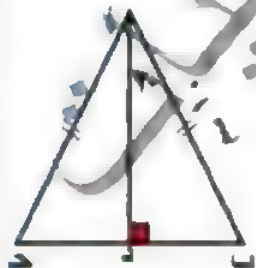
∴ د ج = ٥ سم

∴ د ج = ٥ سم

∴ د ج = ٥ سم

∴ د ج = ٥ سم

في الشكل المقابل:



أب = أج ، أد ⊥ ب ج

ق (ب أ د) = ٣٠ ∴ أب = ١٠ سم

أوجد: (١) طول ب ج

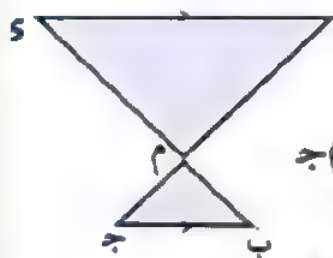
(٢) مساحة Δ أ ب ج

البرهان

(الواجب المنزلي)

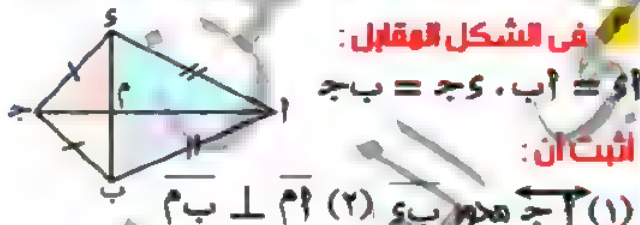
أكمل ما يأتي:

- في المثلث ABC إذا كان $\angle A = \angle B$ ، $\angle C = 60^\circ$ فإن عدد محاور تماثل المثلث ABC =
- في المثلث ABC إذا كان $\angle A = \angle B$ ، $\angle C \neq 60^\circ$ فإن عدد محاور تماثل المثلث ABC =
- في المثلث ABC إذا كان $AB = AC$ ، $\angle A = 60^\circ$ فإن عدد محاور تماثل المثلث ABC =
- إذا كان إحدى زوايا مثلث قائم 45° فإن عدد محاور تماثل المثلث =
- إذا كان في المثلث ABC له محور تماثل واحد وفيه $\angle A = 120^\circ$ فإن $\angle B = \angle C = \dots\dots\dots$



في الشكل المقابل :
 $\angle A = \angle B$
 $AB \parallel AC$ ، $AB = AC$
اثبت أن :

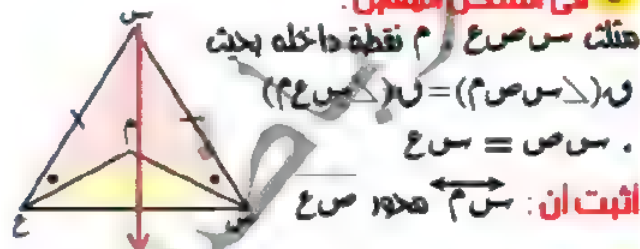
- $\triangle ABC$ متساوي الساقين
- محور تماثل $\triangle ABC$ هو نفسه محور تماثل $\triangle ABC$



في الشكل المقابل :
 $AB = AC$ ، $BC = AC$
اثبت أن :

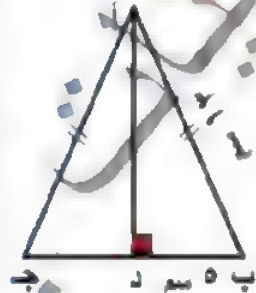
- $\triangle ABC$ متساوي الساقين
- $AB \perp AC$ ، $BC \perp AC$

في الشكل المقابل :



هناك س ص ع م نقطة داخله بحيث
 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle M$
اثبت أن : س م محور ص ع

في الشكل المقابل :



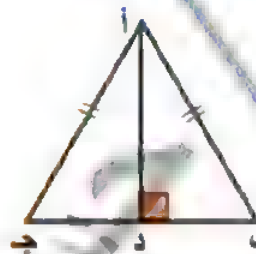
$AB = AC$ ، $AD \perp BC$
 $AB = AC$ ، $AD = DC$
 أوجد : (1) طول AD
 (2) مساحة $\triangle ABC$

أولاً : محاور التماثل للمثلث المتساوي الساقين :

هو المستقيم المرسوم من رأسه عمودياً على القاعدة

في الشكل المقابل :

$\triangle ABC$ فيه $AB = AC$
 $AD \perp BC$



فإن : AD هو محور تماثل

$\triangle ABC$ المتساوي الساقين

ثانياً : محور تماثل القطعة المستقيمة :

هو المستقيم العمودي عليها من منتصفها
 المستقيم LM فإن المستقيم LM هو محور تماثل

1) أي نقطة على محور تماثل القطعة المستقيمة

تكون على بعدين متساويين من طرفيها

2) أي نقطة على بعدين متساويين من طرفي قطعة

مستقيمة تقع على محور تماثل القطعة المستقيمة

3) عدد محاور تماثل المثلث



- 1) المتساوي الساقين
- 2) المتساوي الأضلاع
- 3) المختلف الأضلاع

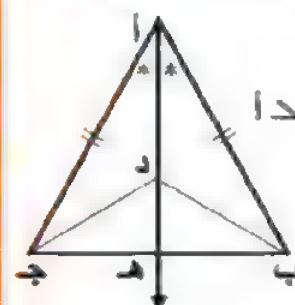
4) المربع له 4

المستطيل له 2

متوازي الأضلاع له صفر

5) شبه المنحرف المتساوي الساقين له محور تماثل واحد

في الشكل المقابل :



$AB = AC$ ، AD ينصف BC

اثبت أن :

(1) $AB = AC$ ، $AD \perp BC$

(2) $AD = DC$

البرهان

$\therefore AB = AC$ ، AD ينصف BC

$\therefore AD \perp BC$ ، AD ينصف BC

$\therefore AB = AC$ ، $AD \perp BC$ (المطلوب الأول)

$\therefore AD \perp BC$ من منتصفها

$\therefore AD$ محور تماثل BC

$\therefore AD = DC$

(تقديم تراكبي على المثلث المتساوي الساقين)

السؤال الأول : امل الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

- ① عدد محاور تماثل المثلث المختلف الأضلاع يساوي (٣ ، ٢ ، ١ ، صفر)
- ② إذا كانت ج \supset محور تماثل أب فإن : أ ج ب ج (// ، \perp ، = ، \equiv)
- ③ عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الساقين (صفر ، ١ ، ٢ ، ٣)

السؤال الثاني : اكمل ما يأتي :

- ① زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين
- ② المثلث متساوي الأضلاع زواياه الثلاثية و قياس كل منها
- ③ إذا كان قياس إحدى زاويتي قاعدة مثلث متساوي الساقين 50° فإن قياس زاوية رأسه
④ إذا وجدت زاوية في المثلث المتساوي الساقين 60° كان المثلث
- ⑤ قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع تساوي
- ⑥ مثلث متساوي الساقين قياس زاوية رأسه 70° فإن قياس زاوية القاعدة تساوي
- ⑦ في المثلث القائم الزاوية والمتساوي الساقين تكون قياسات زواياه 90° ،
⑧ إذا كان : ب ج مثلثا قائم الزاوية في ٩ ، ٩ = ب = ج فإن : هـ (ب) =
⑨ إذا كان ب ج هـ فيه : هـ (٢) = 50° ، هـ (ب) = 80° كان المثلث
- ⑩ إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية 50° كان المثلث
- ⑪ مثلث ب ج هـ فيه ب = ج ، هـ (٢) = 60° فإذا كان محيطه = ٨ سم فإن له ج = سم
- ⑫ إذا تطابقت زاويتان في مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونان ويكون المثلث
- ⑬ إذا تطابقت زوايا مثلث فإنه يكون ⑭ أي نقطة على محور تماثل القطعة المستقيمة تكون
⑮ متوسط المثلث المتساوي الساقين المرسوم من زاوية الرأس في الشكل المقابل
⑯ منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين س =
⑰ المستقيم المرسوم من رأس المثلث المتساوي الساقين عموديا على القاعدة
⑱ محور التماثل للمثلث المتساوي الساقين هو محور التماثل للقطعة المستقيمة هو
⑲ عدد محاور التماثل للمثلث المتساوي الساقين = عدد محاور التماثل للمثلث المتساوي الأضلاع =
⑳ إذا كانت ج تنتمي إلى محور تماثل القطعة ب فإن
㉑ مثلث متساوي الساقين قياس إحدى زواياه 60° فإن عدد محاور تماثله

السؤال الثالث :

① في الشكل المقابل :

أب = ج ب ، ع = ج و

برهن أن :

① ب ينصف أ و

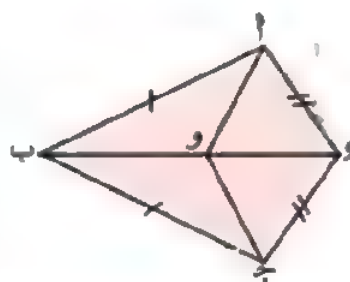
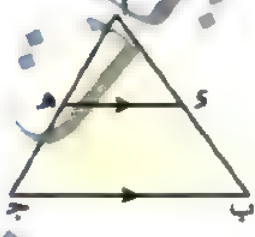
② و ينصف أ ب ج

Ⓒ في الشكل المقابل :

هـ // ب ج ،

أ هـ = أ و

برهن أن : أ ب = أ ج



(إختبار على الوحدة الرابعة)

السؤال الأول : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

- (١) في المثلث $\triangle ABC$ القائم الزاوية في B ، إذا كان $\angle C = 20^\circ$ سم ، فإن طول المتوسط المرسوم من B = سم
(٥ ، ٦ ، ٨ ، ١٠)
- (٢) المثلث الذي فيه قياسا زاويتين 42° ، 69° يكون
(متساوي الساقين ، متساوي الأضلاع ، مختلف الأضلاع ، قائم الزاوية)
- (٣) المثلث الذي له ثلاثة محاور تماثل هو المثلث
(متساوي الساقين ، متساوي الأضلاع ، مختلف الأضلاع ، قائم الزاوية)
- (٤) $\triangle ABC$ متساوي الساقين فيه $\angle C = (S)$ ، $\angle A = (ص)$ =
(٤٠ ، ٦٠ ، ٨٠ ، ١٠٠)
- (٥) طول متوسط المثلث القائم الخارج من رأس الزاوية القائمة يساوي الوتر
(ثلث ، ربع ، نصف ، ضعف)
- (٦) $\triangle ABC$ مثلث قائم الزاوية في B إذا كان $\angle C = (ج)$ ، $\angle A = 30^\circ$ فإن $\angle B$
(نصف ، يساوي ، ضعف ، ثلث)

السؤال الثاني : اكمل ما يأتي :

- (١) إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية 40° كان المثلث
- (٢) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع =
- (٣) طول الضلع المقابل لزاوية قياسها 30° في المثلث القائم الزاوية يساوي
- (٤) محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم من منتصفها
- (٥) إذا كان قياس زاوية رأس مثلث متساوي الساقين 80° فإن قياس كل زاوية من زاويتي قاعدته =
- (٦) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل منها بنسبة ٢ : ١ : من جهة القاعدة
- (٧) في $\triangle ABC$ إذا كان $\angle A = 30^\circ$ ، $\angle B = 90^\circ$ فإن $\angle C$ =
.....
- (٨) متوسطات المثلث تتقاطع جميعا في
- (٩) زاويتا القاعدة في المثلث المتساوي الساقين
- (١٠) منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين يكون ،
- (١١) إذا كانت $A \equiv$ محور تماثل B فإن A
.....
- (١٢) $\triangle ABC$ مثلث قائم الزاوية في B فيه $AB = 6$ سم ، $BC = 8$ سم فإن طول المتوسط المرسوم من B = سم

السؤال الثالث :

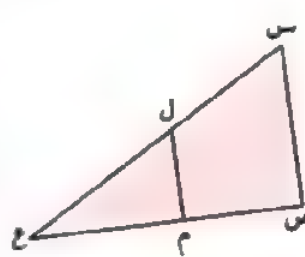
(١) في الشكل المقابل :

$SC = CS$

$\angle L = 55^\circ$ ،

$\angle S = (S)$ ،

اثبت ان : $CL = CM$



(٢) في الشكل المقابل :

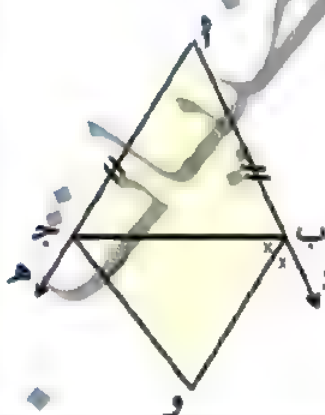
$AB = AC$ ، $\angle A = 50^\circ$ ، $\angle B = 70^\circ$ ،

$\angle C$ ينصف $\angle B$ ،

جو ينصف $\angle C$ ، اثبت ان :

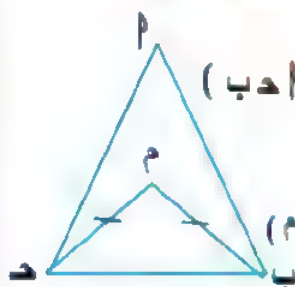
أولاً : $\triangle ABC$ متساوي الساقين

ثانياً : $\triangle ABC$ متساوي الساقين



(الواجب المنزلي)

1 في الشكل المقابل:



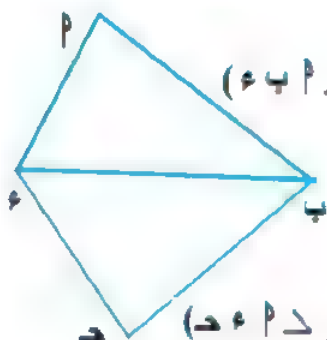
$$\text{ق} (\triangle P M D) < \text{و} (\triangle M D P)$$

$$M D = D M$$

اثبت أن

$$\text{ق} (\triangle P M D) < \text{و} (\triangle M D P)$$

2 في الشكل المقابل:



$$\text{ق} (\triangle P M D) < \text{و} (\triangle P E D)$$

$$\text{و} (\triangle P M D)$$

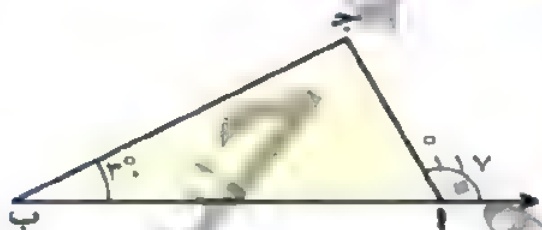
$$> \text{و} (\triangle P E D)$$

اثبت ان

$$\text{ق} (\triangle P M D) > \text{و} (\triangle P E D)$$

3 في الشكل المقابل:

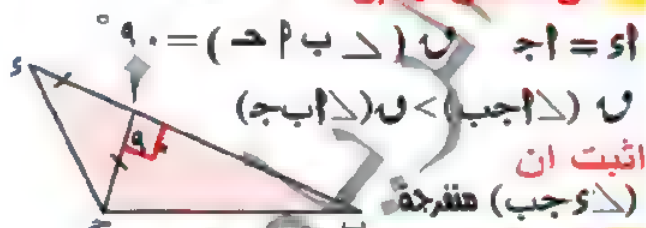
رتب قياسات زوايا المثلث تصاعديا و تنازليا



$$\text{و} (\triangle P M D) > \text{ق} (\triangle P M D) > \text{و} (\triangle P M D)$$

$$\text{و} (\triangle P M D) < \text{ق} (\triangle P M D) < \text{و} (\triangle P M D)$$

4 في الشكل المقابل:



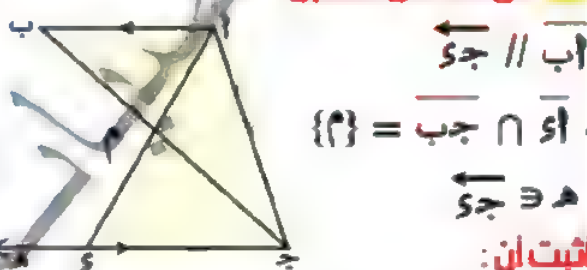
$$90^\circ = \text{ق} (\triangle P M D)$$

$$\text{و} (\triangle P M D) < \text{ق} (\triangle P M D)$$

اثبت ان

$$\text{و} (\triangle P M D) < \text{ق} (\triangle P M D)$$

5 في الشكل المقابل:



$$\overline{P M} \parallel \overline{D E}$$

$$\{M\} = \overline{P M} \cap \overline{D E}$$

$$\overline{P M} \parallel \overline{D E}$$

اثبت ان:

$$(1) \text{و} (\triangle P M D) < \text{ق} (\triangle P M D)$$

$$(2) \text{و} (\triangle P M D) < \text{ق} (\triangle P M D)$$

الوحدة الخامسة

الدرس (1)

التباين

خواص علاقة التباين

لأى ثلاثة أعداد a, b, c إذا كان: $a > b$ فإن

$$(1) a + c > b + c \quad (2) a - c > b - c$$

$$(3) a > b \text{ حيث } c \text{ عدد موجبا}$$

$$(4) a < b \text{ حيث } c \text{ عدد سالبا}$$

$$(5) \text{ إذا كان: } a > b, b > c \text{ فإن: } a > c$$

$$(6) \text{ إذا كان: } a > b, b > c \text{ فإن: } a > c + b$$

$$(7) \text{ إذا كان: } a > b \text{ فإن: } a - c < b - c$$

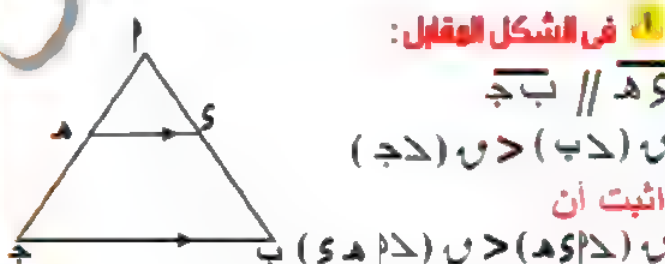
$$(8) \text{ إذا كان: } a > b \text{ فإن: } \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

خاصية ملائمة:

قياس الزاوية الخارجة عند أى رأس من رؤوس المثلث أكبر

من قياس أى زاوية داخلية للمثلث ما عدا المجاورة لها

1 في الشكل المقابل:



$$\overline{P M} \parallel \overline{D E}$$

$$\text{و} (\triangle P M D) > \text{ق} (\triangle P M D)$$

اثبت أن

$$\text{و} (\triangle P M D) > \text{ق} (\triangle P M D)$$

$$\overline{P M} \parallel \overline{D E}$$

البرهان

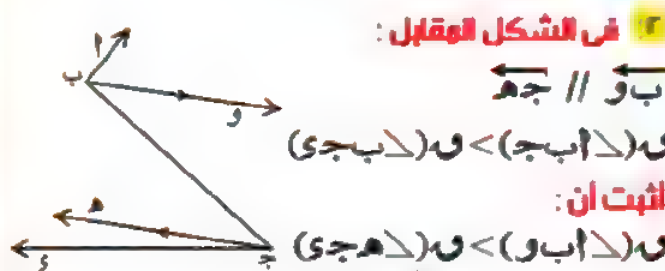
$$\therefore \text{و} (\triangle P M D) = \text{ق} (\triangle P M D) \text{ بالتناظر}$$

$$\therefore \text{و} (\triangle P M D) = \text{ق} (\triangle P M D) \text{ بالتناظر}$$

$$\therefore \text{و} (\triangle P M D) > \text{ق} (\triangle P M D)$$

$$\therefore \text{و} (\triangle P M D) > \text{ق} (\triangle P M D)$$

2 في الشكل المقابل:



$$\overline{P M} \parallel \overline{D E}$$

$$\text{و} (\triangle P M D) < \text{ق} (\triangle P M D)$$

اثبت ان:

$$\text{و} (\triangle P M D) < \text{ق} (\triangle P M D)$$

البرهان

المقارنة بين قياسات الزوايا في المثلث

الدرس (2)

نظرية :

إذا اختلف طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما في الطول يقابله زاوية أكبر في القياس من قياس الزاوية المقابلة للآخر

في الشكل المقابل :



إذا كان ΔABC فيه

$AB < AC$ فإن : $B < C$

و $(\hat{A}) < (\hat{B})$

نتائج هامة (1) أكبر أضلاع المثلث طولاً

يقابل أكبر زوايا المثلث في القياس

(2) أصغر أضلاع المثلث طولاً يقابل

أصغر زوايا المثلث في القياس

(3) الوتر هو أكبر أضلاع المثلث القائم

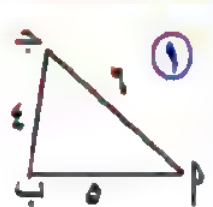
1 في الشكل المقابل : اكمل باستخدام الأطوال الموضحة :



$(\hat{A}) < (\hat{B})$ و $(\hat{C}) < (\hat{B})$

$(\hat{A}) < (\hat{C})$ و $(\hat{B}) < (\hat{C})$

$(\hat{A}) < (\hat{C})$ و $(\hat{B}) < (\hat{C})$



$(\hat{A}) < (\hat{B})$ و $(\hat{C}) < (\hat{B})$

$(\hat{A}) < (\hat{C})$ و $(\hat{B}) < (\hat{C})$

$(\hat{A}) < (\hat{C})$ و $(\hat{B}) < (\hat{C})$

2 في ΔABC فيه $AB = 6$ سم ، $AC = 8$ سم

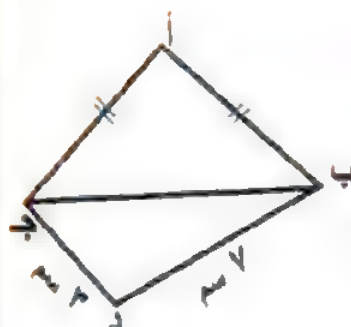
$BC = 4$ سم رتب قياسات زوايا ΔABC

تصاعدياً

$\hat{B} > \hat{A} > \hat{C}$

$\hat{B} > \hat{A} > \hat{C}$

3 في الشكل المقابل :



أبجد شكل رباعي فيه

$AB = 6$

$CD = 4$ ، $AD = 8$ ، $BC = 6$

اثبت أن :

$\hat{A} < \hat{C}$ و $\hat{B} < \hat{D}$

في ΔABC : $AB = AC$ البرهان

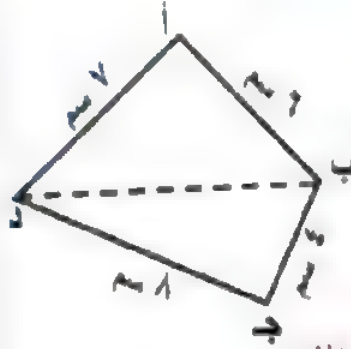
1 $\hat{A} < \hat{B}$ و $\hat{A} < \hat{C}$ و $\hat{B} < \hat{C}$

في ΔABC : $AB < AC$ البرهان

2 $\hat{A} < \hat{B}$ و $\hat{A} < \hat{C}$ و $\hat{B} < \hat{C}$

بجمع 1 ، 2 ينتج أن : $\hat{A} < \hat{B}$ و $\hat{A} < \hat{C}$ و $\hat{B} < \hat{C}$

3 في الشكل المقابل :



أبجد شكل رباعي فيه

$AB = 6$ سم ، $CD = 4$ سم

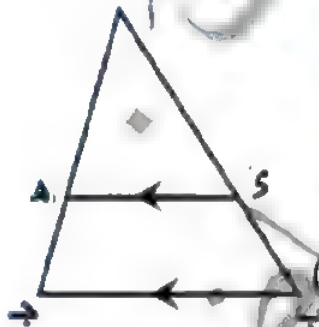
$AD = 8$ سم ، $BC = 6$ سم

اثبت أن :

$\hat{A} < \hat{B}$ و $\hat{A} < \hat{C}$ و $\hat{B} < \hat{C}$

البرهان

4 في الشكل المقابل :



أبجد Δ فيه :

$AB < AC$ ، $DE \parallel BC$

اثبت أن :

$(\hat{A}DE) < (\hat{A}ED)$ و $(\hat{B}DE) < (\hat{C}DE)$

البرهان

في ΔABC

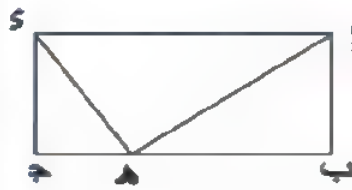
1 $\hat{A} < \hat{B}$ و $\hat{A} < \hat{C}$ و $\hat{B} < \hat{C}$

2 $\hat{A} < \hat{B}$ و $\hat{A} < \hat{C}$ و $\hat{B} < \hat{C}$ بالمتوازيات

3 $\hat{A} < \hat{B}$ و $\hat{A} < \hat{C}$ و $\hat{B} < \hat{C}$ بالمتوازيات

من 1 ، 2 ، 3 ينتج أن

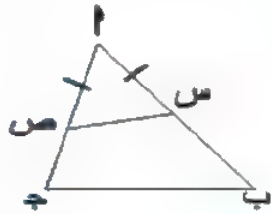
$(\hat{A}DE) < (\hat{A}ED)$ و $(\hat{B}DE) < (\hat{C}DE)$



٤ في الشكل المقابل :

ب ج د مستطيل
 $س ه < ه ب$ ،
 أثبت أن

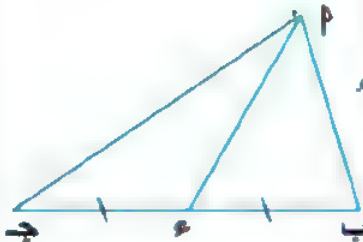
$$و (ب ه ب) < و (س ه س)$$



٥ في الشكل المقابل :

س = س
 س ج > س ب
 أثبت أن

$$و (ب س) > و (س ج)$$



٦ في الشكل المقابل :

محيط المثلث س ب د
 أكبر من
 محيط المثلث س ب ع
 أثبت أن

$$و (ب د) < و (د ع)$$

٧ رتب زوايا المثلث س ب د تصاعديا إذا كان

$$س = ب = ٨ ، س ب د = ٩ ، س ب د = ٦$$

(تقديم تراجيدي)

السؤال الأول : أذكر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

١ في المثلث س ب د إذا كان س ب < س د فإن : و (د س) و (د ع)

$$(= , > , <)$$

٢ إذا كانت س ب د = س ب د ، س ب د تكمل س ب د فإن : و (د س) =

$$(٤٥ ، ٩٠ ، ١٣٥ ، ١٨٠)$$

٣ س ب د قائم الزاوية في ب إذا كان : س ب = ١٠ سم فإن طول المتوسط

$$للسم من ب = سم (١٠ ، ٦٠ ، ٨٠ ، ١٠٠)$$

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

١ إذا اختلف طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما في الطول

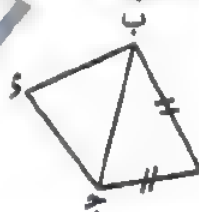
٢ س ب د فيه : س ب < س د فإن : و (د س) و (د ب)

٣ إذا كان س ب < س د ، فإن : س ب - س د = ٥

السؤال الثالث : ١ في الشكل المقابل :

$$س ب = س د ، س ب > س د$$

أثبت أن :



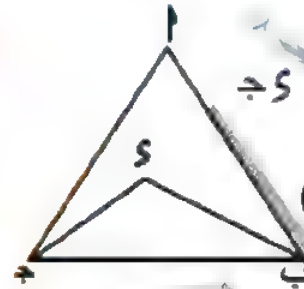
$$و (د ب) < و (د ج)$$

٥ في الشكل المقابل :

س ب = س د ، س ب < س د
 أثبت أن :

$$و (س ب) < و (س د)$$

البرهان



في س ب د : س ب = س د

$$و (س ب) = و (س د) \text{ ①}$$

في س ب د : س ب < س د

$$و (س ب) < و (س د) \text{ ②}$$

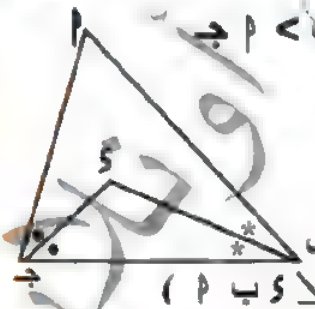
من ① ، ② بالترتيب : و (س ب) < و (س د)

٦ في الشكل المقابل :

س ب ينصف س د

س د ينصف س ب

أثبت أن



$$و (س ب) < و (س د)$$

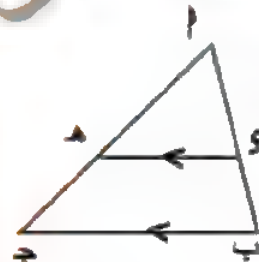
البرهان
 (الواجب المنزلي)

١ في الشكل المقابل :

$$س ب < س د ، س ب // س د$$

أثبت أن

$$و (س ب) < و (س د)$$



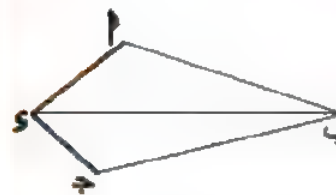
٢ في الشكل المقابل :

$$س ب < س د$$

$$س ب < س د$$

أثبت أن

$$و (س ب) < و (س د)$$

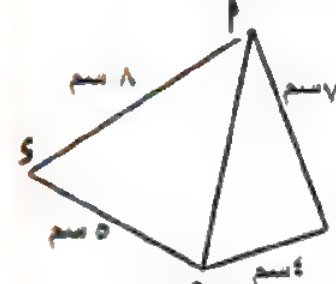


٣ في الشكل المقابل :

أ ب ج د شكل رباعي

المعطيات كما بالرسم

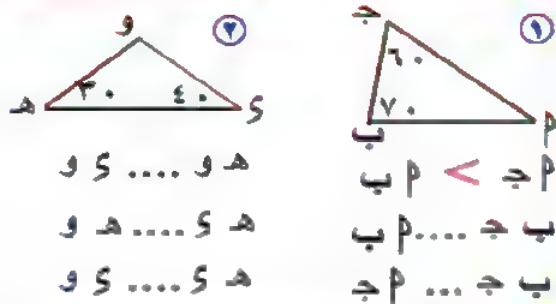
أثبت أن



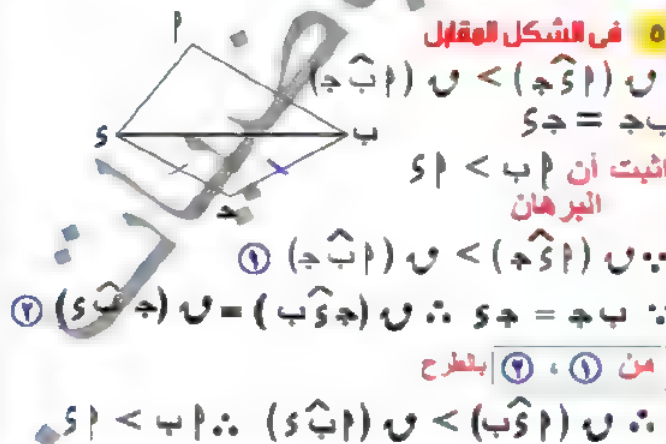
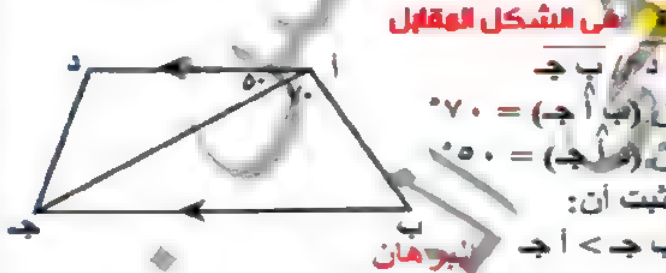
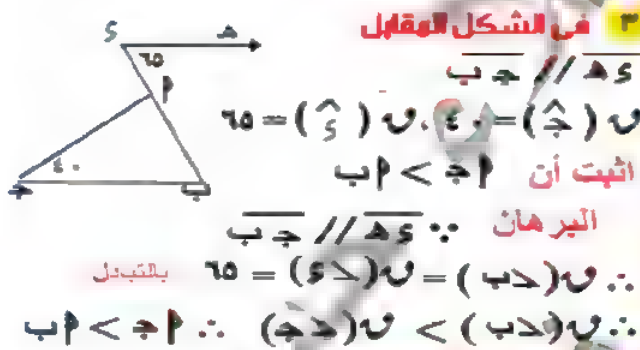
$$و (س ب) < و (س د)$$

الدروس (3) المقارنة بين أطوال الأضلاع في المثلث

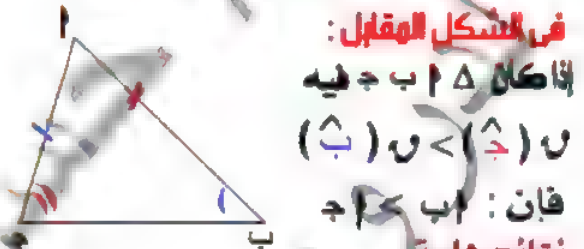
1 في الشكل المقابل قارن بين أضلاع كل مثلث:



2 $\angle 60^\circ, \angle 70^\circ, \angle 90^\circ$ في Δ فيه $\angle (ج) = 90^\circ$ رتب اضلاع Δ ب p, q, r تصاعديا
 البرهان
 $\therefore \angle (ج) = 180^\circ - 60^\circ - 70^\circ = 50^\circ$
 $\therefore \angle (ج) < \angle (ب) < \angle (ا)$



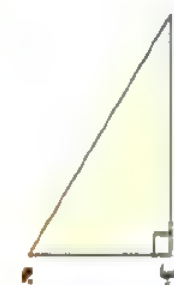
مكس نظرية إذا اختلف قياسا زاويتين في مثلث فأكبرهما في القياس يقابلها ضلع أكبر في الطول من الذي يقابل الأخرى



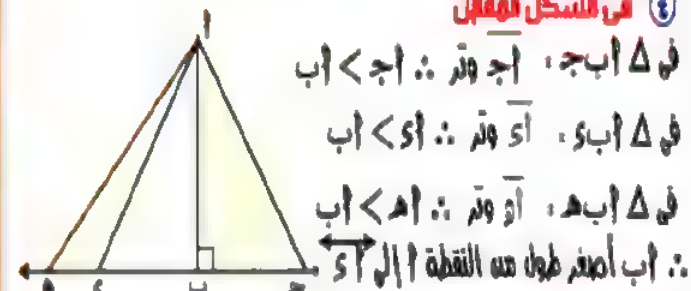
- نتائج هامة
- أكبر الزوايا قياسا يقابلها أكبر الأضلاع طولا
 - في المثلث القائم الزاوية يكون الوتر هو أطول الأضلاع في المثلث
 - في المثلث المنفرج الزاوية يكون الضلع المقابل للزاوية المنفرجة هو أكبر أضلاع المثلث طولا
 - طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من نقطة خارج مستقيم معلوم إلى هذا المستقيم أصغر من طول أي قطعة مستقيمة مرسومة من هذه النقطة إلى المستقيم المعلوم

أمثلة علي: ① ، ②

في الشكل المقابل
 أ ب ج مثلث فيه
 $\angle (ج) = 90^\circ$

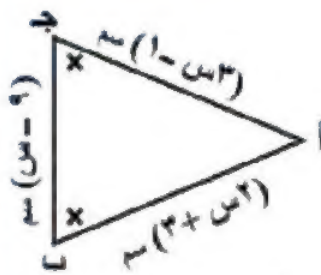


في الشكل المقابل



الخلاصة

- إذا كان ضلع < من ضلع فإن زاوية < زاوية
- إذا كان زاوية < من زاوية فإن ضلع < ضلع
- لإثبات أن ضلع < من ضلع نثبت أن زاوية < زاوية
- لإثبات أن زاوية < من زاوية نثبت أن ضلع < ضلع



٥ في الشكل المقابل

ق (ب) = ق (ج)

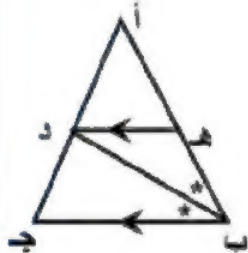
أوجد قيمة س

ثم احسب محيط Δ أ ب ج

٦ في الشكل المقابل

هـ د // ب ج

ب د ينصف د أ ب ج

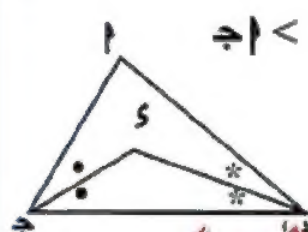
اثبت أن: Δ هـ ب د متساوي الساقين

٦ في الشكل المقابل ب ج < أ ج

ب د ينصف (أ ب ج)

د ج ينصف (أ ج د)

اثبت أن ب ج < د ج



(تقييم تراكمي)

السؤال الأول : أذكر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

١ إذا كان Δ أ ب ج فيه : ق (ب) < ق (ج) فإن أ ج ب

(أكبر من ، أصغر من ، يساوي ، أصغر من أو يساوي)

٢ إذا كان Δ أ ب ج فيه ق (ب) = ١٣٠ فإن أكبر أضلاعه

طولا هو (أ ج ، ب ج ، أ ب ، متوسطه)

٣ س ص ع مثلث فيه : ق (ب) = ٧٠ ، ق (أ) = ٦٠

فإن : ص ع س ص (< ، > ، = ، ضعف)

السؤال الثاني : اكمل ما يأتي :

١ أصغر زوايا المثلث في القياس يقابلها

٢ في Δ أ ب ج : إذا كان ق (أ) = ٧٠ ، ق (ب) = ٣٠

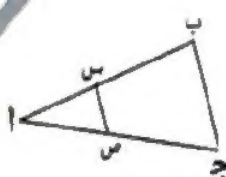
فإن أكبر أضلاع المثلث طولا هو

٣ إذا اختلف قياسا زاويتين في مثلث فأكبرهما في القياس يقابلها

السؤال الثالث :

١ Δ أ ب ج فيه ق (أ) = ٤٠ ، ق (ب) = ٧٥

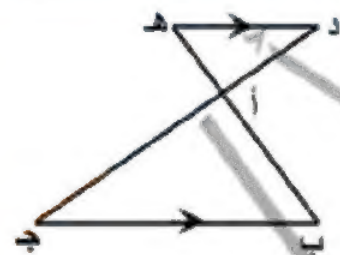
رتب أضلاع المثلث تنازليا



ب في الشكل المقابل :

أ ب < ب ج ، س ص // ب ج

برهن أن : أ س < س ص



٦ في الشكل المقابل

أ ج < أ ب

هـ د // ب ج

اثبت أن : أ د < أ هـ

البرهان

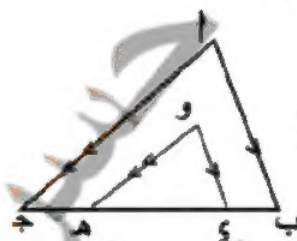
٧ في الشكل المقابل

أ ج < أ ب

أ ب // و د ، أ ج // و هـ

اثبت أن هـ و < و د

البرهان



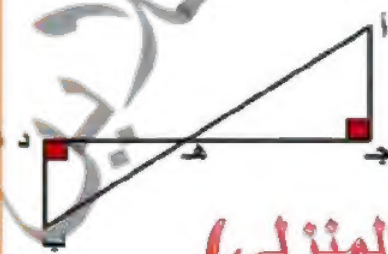
١ : أ ج < أ ب :: ق (ب) < ق (ج)

٢ : أ ب // و د :: ق (و د) = ق (ب)

٣ : أ ج // و هـ :: ق (و هـ) = ق (ج)

من ١ ، ٢ ، ٣

:: ق (و د) < ق (و هـ) :: هـ و < و د



٨ في الشكل المقابل

ق (ج) = ق (د) = ٩٠

اثبت أن :

أ ب < ج د البرهان

(الواجب المنزلي)

١ أ ب ج مثلث فيه ق (أ) = ٤٠ ، ق (ب) = ٦٠

ق (ج) = ٨٠ رتب تنازليا أطوال أضلاع Δ أ ب ج

٢ أ ب ج مثلث فيه ق (أ) = ٥٠ ، ق (ج) = ١٠٠

رتب تصاعديا أطوال أضلاع Δ أ ب ج

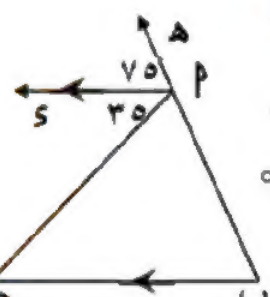
٣ في الشكل المقابل :

س ب // هـ د

ق (هـ د) = ٧٥

ق (ج د) = ٣٥

اثبت أن أ ج < أ ب



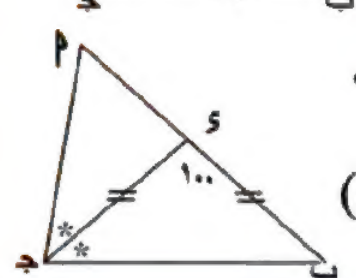
٤ في الشكل المقابل :

ق (أ ب ج) = ١٠٠

ب س = د ج

ج د ينصف (أ ب ج)

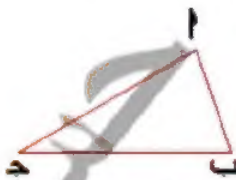
اثبت أن أ ج < أ ب



(الواجب المنزلي)**الدرس (4) متباينة المثلث****حقيقة :**

في أي مثلث يكون مجموع طولي أي ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث

في أي مثلث أ ب ج يكون :

$$\begin{aligned} \text{أ} + \text{ب} &> \text{ج} \\ \text{أ} + \text{ج} &> \text{ب} \\ \text{ب} + \text{ج} &> \text{أ} \end{aligned}$$


لمعرفة هل ٣ أعداد تصلح أطوال أضلاع مثلث أم لا :
إذا كان مجموع أصغر ضلعين < الثالث (تصلح)
إذا كان مجموع أصغر ضلعين > الثالث (لا تصلح)
إذا كان مجموع أصغر ضلعين = الثالث (لا تصلح)

١ بين أيا من الأطوال الآتية تصلح أن تكون أضلاع مثلث

- ① ٢ ، ٥ ، ٣ لا تصلح لان $٣ < ٢ + ٥$
② ٧ ، ٥ ، ٣ تصلح لان $٧ < ٥ + ٣$
③ ٢ ، ٣ ، ٨ $٨ > ٢ + ٣$
④ ٥ ، ٥ ، ٥ $٥ < ٥ + ٥$
⑤ ٣ ، ٥ ، ٥ $٣ < ٥ + ٥$

لاحظ أن :

① في أي مثلث يكون طول أي ضلع أكبر من الفرق بين طولي الضلعين الآخرين وأقل من مجموعهما

فمثلاً : $\text{أ} - \text{ب} < \text{ج} < \text{أ} + \text{ب}$

② الفترة التي ينتمي إليها طول الضلع الثالث

طول الضلع الثالث \in [الفرق ، المجموع]

③ في مثلث متساوي الساقين فإن

طول الضلع الثالث = طول الضلع الأكبر في المعلومين

٢ أكمل ما يأتي :

① إذا كان طولي ضلعين في مثلث هما ٨ سم ، ٣ سم

فإن طول الضلع الثالث \in [٥ ، ١١] $١١ = ٨ + ٣$

② إذا كان طولي ضلعين في مثلث هما ٤ سم ، ١١ سم

فإن طول الضلع الثالث \in [،]

③ إذا كان طولي ضلعين في مثلث هما ٤ سم ، ١٧ سم

فإن طول الضلع الثالث \in [،]

④ مثلث متساوي الساقين طولاً ضلعين فيه ١٠

، ٣ سم فإن طول الضلع الثالث

١ إذا كان طولاً ضلعين في مثلث متساوي الساقين ٥ سم

١٢ سم فإن طول الضلع الثالث

٢ بين أيا من الأطوال الآتية تصلح أن تكون أضلاع في مثلث

(أ) ٥ سم ، ٧ سم ، ٨ سم

(ب) ٤ سم ، ٩ سم ، ٣ سم

(ج) ١٠ سم ، ٦ سم ، ٤ سم

(د) ١٥ سم ، ١٧ سم ، ٣٠ سم

٣ أكمل ما يأتي :

① Δ أ ب ج فيه أ ب = ٣ سم ، ب ج = ٥ سم

فإن أ ج \in [.....]

② أطول أضلاع المثلث القائم الزاوية طولاً هو

③ في أي مثلث (أ) أ ب + ب ج ب ج

أ ب ج يكون (ب) أ ب - ب ج ب ج

(تقييم تراكمي)

السؤال الأول : أتم الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

① مجموع طولي أي ضلعين في مثلث طول الضلع الثالث .

(< ، = ، >)

② إذا كان طولاً ضلعين في مثلث متساوي الساقين هما ٥ سم ،

١٢ سم فإن طول الضلع الثالث هو (٥ ، ١٢ ، ١٧ ، ٧)

③ الأعداد التي تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث هي

(٧ ، ٣ ، ٣ ، ٦ ، ٣ ، ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٥)

السؤال الثاني : أكمل ما يأتي :

① إذا كان طولاً ضلعين في مثلث ٢ سم ، ٧ سم فإن

طول الضلع الثالث \in [.....]

② أكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية طولاً هو

③ الفرق بين طولي أي ضلعين في مثلث طول الضلع الثالث

السؤال الثالث :

① في المثلث أ ب ج إذا كان أ ب = ١٠ سم ، ب ج = ٧ سم

أوجد الفترة التي ينتمي إليها طول الضلع أ ج .

② في الشكل المقابل : أ ب ج // أ ب ج

و (أ ب ج) = ٧٦°

و (أ ج ب) = ٤٢°

اثبت أن : أ ب > أ ج



(إختبار على الوحدة الخامسة)

السؤال الأول : اكمل ما يأتى :

- ① إذا اختلف طولا ضلعين في مثلث فأكبرهما فى الطول تقابله
- ② $\triangle ABC$ فيه : $AB = 7$ سم ، $BC = 5$ سم ، $AC = 6$ سم فإن أصغر زواياه فى القياس هى
- ③ المثلث ABC فيه : $AB < AC$ فإن : $\angle C$ (ب) $\angle B$ (ب) $\angle A$ (ب)
- ④ إذا اختلف قياس زاويتين في مثلث فأكبرهما فى القياس يقابلها
- ⑤ اكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية طولاً هو
- ⑥ ABC مثلث فيه : $\angle C = 60^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$ فإن اكبر أضلاع المثلث ABC طولاً هو
- ⑦ فى $\triangle ABC$ إذا كان : $\angle C = \angle B + \angle A$ فإن اكبر الأضلاع طولاً هو
- ⑧ إذا كان $\triangle ABC$ فيه : $\angle C = 70^\circ$ ، $\angle B = 50^\circ$ فإن : AB BC
- ⑨ مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث طول الضلع الثالث
- ⑩ إذا كان 4 سم ، 7 سم طول ضلعين فى مثلث فإن أصغر عدد صحيح يمثل طول الضلع الثالث = سم وأكبر عدد يمثل طول الضلع الثالث = سم
- ⑪ إذا كان : $\triangle ABC$ فيه : $AB = 6$ سم ، $BC = 7$ سم فإن : AC AB ، BC]
- ⑫ إذا كان طولاً ضلعين فى مثلث هما 5 سم ، 7 سم فإن طول الضلع الثالث $\in [\dots , \dots]$
- ⑬ مثلث له محور تماثل واحد ، طولاً ضلعين فيه 4 سم ، 8 سم فإن محيطه =
- ⑭ طول أى ضلع فى مثلث مجموع الضلعين الآخرين
- ⑮ طول أى ضلع فى مثلث أصغر من الضلعين الآخرين وأكبر من
- ⑯ إذا كان طولاً ضلعين فى مثلث متساوى الساقين 3 سم ، 7 سم فإن طول الضلع الثالث يساوى
- ⑰ فى المثلث المنفرج الزاوية هو أطول أضلاع المثلث ⑱ فى $\triangle ABC$ يكون : $AB + BC > AC$ ، $AB > BC$

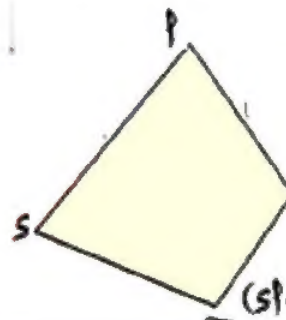
السؤال الثاني :

١ فى الشكل المقابل

$ABCD$ شكل رباعى فيه

$AB = 6$ سم ، $BC = 4$ سم ، $AD = 8$ سم ، $CD = 7$ سم

اثبت أن : $\angle C < \angle B$ و $\angle A < \angle D$

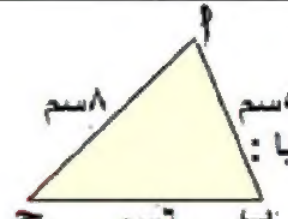


٢ فى الشكل المقابل

البا قياسات

زوايا المثلث ترتيباً تصاعدياً :

وترتيباً تنازلياً



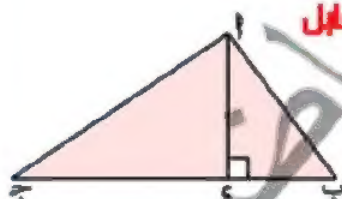
٣ فى الشكل المقابل

ABC مثلث فيه

$AD \perp BC$

اثبت أن :

$AB + AC > 2AD$



٤ إذا كان : ABC مثلث فيه

$\angle C = 80^\circ$ ،

$\angle B = 60^\circ$ ،

البا أطوال أضلاع المثلث ABC تصاعدياً

السؤال الأول : اكمل ما يأتى : (إمتحان محافظة القاهرة)

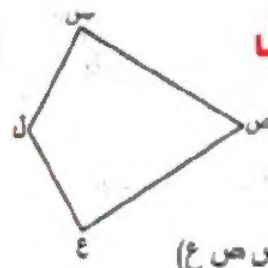
- ١ أكبر الأضلاع طولاً في المثلث القائم الزاوية هو
- ٢ في Δ س ص ع إذا كان : \angle (د س) = 20° ، \angle (د ص) = 90° فإن : ص ع = س ع
- ٣ إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث متساوى الساقين 60° كان المثلث
- ٤ إذا كانت : ح \Rightarrow محور تماثل $\overline{أ ب}$ فإن : =
- ٥ إذا كانت : د س تتم د ص وكان : \angle (د س) = \angle (د ص) فإن : \angle (د س) = $^\circ$

السؤال الثاني : املأ الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

- ١ زاويتا القاعدة في المثلث المتساوى الساقين (أ) متتامتان. (ب) متطابقتان. (ج) متكاملتان. (د) مختلفتان.
- ٢ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع (أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣
- ٣ في Δ س ص ع : س ص + ص ع س ع (أ) $>$ (ب) $<$ (ج) $=$ (د) \geq
- ٤ عدد المستطيلات في الشكل المقابل

--	--	--	--

 (أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦
- ٥ إذا كان طولاً ضلعين في مثلث ٥ سم ، ١٢ سم فإن طول الضلع الثالث \Rightarrow (أ) [٥ ، ١٧] (ب) [٧ ، ١٧] (ج) [٥ ، ١٢]
- ٦ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل منها بنسبة ٤ : من جهة الرأس. (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

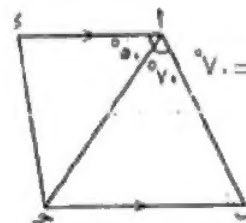
السؤال الثالث**(١) في الشكل المقابل**

$$س ص < س ل$$

$$ص ع < ع ل$$

اثبت أن :

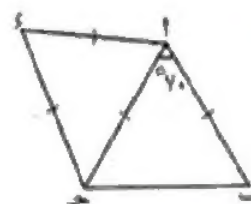
$$\angle$$
 (د س ل ع) $<$ \angle (د س ص ع)

السؤال الرابع :**(١) في الشكل المقابل**

$$\angle$$
 (ب) Δ س ص ع فيه : \angle (د س) = 40° ، \angle (د ص) = 70°

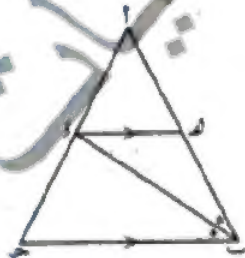
رتب أطوال أضلاع Δ س ص ع تنازلياً

$$\angle$$
 (د ل ع) = 70° ،

اثبت أن : $س ح < ل ح$ **السؤال الخامس :****(١) في الشكل المقابل**

$$أ ب = ح د = ل ح = س ع$$

$$\angle$$
 (د ل ع) = 70° ،

أوجد : \angle (د ح ع)**(ب) في الشكل المقابل** $\overline{س د}$ ينصف $\overline{أ ب}$ ح ويقطع $\overline{أ ح}$ في د

$$س د // ح ب \text{ حيث } ح \in \overline{أ ب}$$

اثبت أن : Δ ه س د متساوى الساقين.